مقارنة بعض طرائق تقدير دالة المعولية لتوزيع وايبل ذي المعلمتين باستخدام المحاكاة

م. د. دريد حسين بدر
duraidhussain@yahoo.com
أ.م.د. معاني أحمد الحكيم
maani.alhakim @uobasrah.edu.iq
جامعة البصرة - كلية الادارة والاقتصاد - قسم الاحصاء

المستخلص

تم تقدير دالة المعولية لتوزيع وايبل ذي المعلمتين (The Two – Parameter Distribution) Weibull من خلال توظيف أسلوب المحاكاة (Simulation) بطريقة مونت كارلو (Mont-Carlo) للمقارنة بين طرائق التقدير الأتية، طريقة الإمكان الأعظم، طريقة العزوم، طريقة المربعات الصغرى، بغية الوصول الى افضل طريقة لتقدير تلك الدالة، وقد توصل الباحث الى أفضلية طريقة الإمكان الأعظم في تقدير دالة المعولية مقارنة مع باقي طرائق التقدير وذلك بالاعتماد على المقياس الإحصائي متوسط مربعات الخطأ التكاملي ((Integral Mean Squared Error (IMSE).

الكلمات المفتاحية: المعولية، دالة المعولية، توزيع وايبل ذي المعلمتين، طريقة الإمكان الأعظم، طريقة العزوم، طريقة المربعات الصغرى، معيار متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE).

A Comparison of Some Methods to Estimate Reliability Function for Two - Parameter Weibull Distribution by Using Simulation

Dr. Duraid Hussein Badr
duraidhussain@yahoo.com
Assist. Prof. Maani Ahmed AL-Hakim
maani. Alhakim @uobasrah.edu.iq
Al- Basrah University - College of Administration and Economy

Abstract: *An estimation of reliability function for the Two-Parameter Weibull distribution by using the Mont-Carlo method of simulation to compare the following estimation methods, Maximum Likelihood Method, Method of Moments, Least Square Method, to find the best method of estimation this function, The researcher find that the Maximum Likelihood approach is the best in estimation of reliability function comparing with the other method of estimation through depending on the statistical standard Integral Mean Squared Error (IMSE).*

Keyword: Reliability, Reliability Function, The Two-Parameter Weibull Distribution, Maximum Likelihood (MLE), Method of Moments (MOM), Least Squared Method (LS), (IMSE).

1. المقدمة (Introduction)

ظهرت المعولية كعلم مهم يتعامل مع أعمار المعدات ولاسيما إحتمالات البقاء ومتوسط الحياة واحتمال أن يكون عمر النظام أكبر من زمن معين، وقد إزداد الاهتمام بموضوع المعولية بعد الانتشار الواسع للصناعة وازدياد التعقيدات في المعدات وكانت البحوث قبل الحرب العالمية الثانية تعتني بالسيطرة النوعية وصيانة المكائن ولم يكون يتم التعامل مع المعولية كحقل مستقل، ومع بداية الحرب العالمية الثانية أصبح لحقل المعولية كيان مستقل وخاص.

الفكرة الأساسية لموضوع المعولية هي معرفة سلوك الفشل لمدة معينة من أجل تخفيض كلف الإنتاج والصيانة وخاصة في مجال نظرية البقاء، لأن كلاً من المعولية والبقاء لهما خاصية واحدة هي قياس طول الحياة سواء كان لماكنة أو نظام أو كائن حي، إن هذا الموضوع مهم بصورة خاصة في محيط الصناعة والتقنية الحديثة لأنه يركز على مدة الحياة للمعدات والانظمة أو على فشل هذه الانظمة أو دمه خلال مدة زمنية، من هنا ظهرت الحاجة إلى اعتماد نظرية المعولية في دراسة وتحليل الظواهر وفقاً لطبيعة البيانات الإحصائية وبالتالي القيام بعملية التقدير اعتمادا على الطرائق الإحصائية منها طريقة الإمكان الأعظم وطريقة المربعات الصغرى وطريقة العزوم وطريقة التقلص وغيرها.

هدف البحث

الهدف من هذا البحث هو تقدير دالة المعولية لتوزيع وايبل ذي المعلمتين (The Two-Parameter Weibull Distribution) للمقارنة بين طرائق التقدير الأتية: طريقة الإمكان الأعظم، طريقة العزوم، طريقة المربعات الصغرى، بغية الوصول الى افضل طريقة لتقدير تلك الدالة وذلك من خلال الاعتماد على المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ التكاملي (Integral Mean Squared Error) (IMSE) وباستخدام اسلوب المحاكاة.

2. الجانب النظري

2.1. بعض المفاهيم الاساسية

2.1.1. المعولية Reliability

تستعمل المعولية عادة لوصف وظيفة او عمل ما، والمعنى الواسع لها هي انها مقياس للأداء[11]، إذ إن أي مفردة وظيفية تحتاج الى مواصفات او متطلبات اداء معينة عند تأدية العمل المطلوب منها أو لتستمر في اداء عملها تحت ظروف تشغيل اعتيادية ويمكن القول إن هذه المفردة يُعول عليها، وهكذا يتضح من هذا المفهوم إن معنى المعولية يرتبط بمقياس لدرجة الاداء الناجح للوظيفة المطلوبة تحت ظروف العمل الخاصة بها. ويمكن أن نعرف المعولية بصيغ مختلفة منها:

- احتمالية أن تؤدي وحدة (جهاز) ما عمل معين تحت ظروف معينة ولفترة زمنية محددة.[13]
- أو أنها احتمالية إن تعمل منظومة ما لفترة زمنية محددة وتحت ظروف العمل المصممة لأجله.[14]

كما أنها الاحتمالية في اداء مُعدة " وحدة – جهاز " ما الغرض المصمم لأجله على النحو اللازم وخلال فترة زمنية معينة وتحت ظروف تشغيلية معينة.[1] إذ تعد هذه الصيغة من أكثر التعاريف قبولاً للمعولية لانها دالة على نوع من الاداء يكون فيه الجهاز ناجحاً أي لا يفشل خلال فترة الخدمة المعدة لاجله.

2.1.2. دالة المعولية Reliability Function

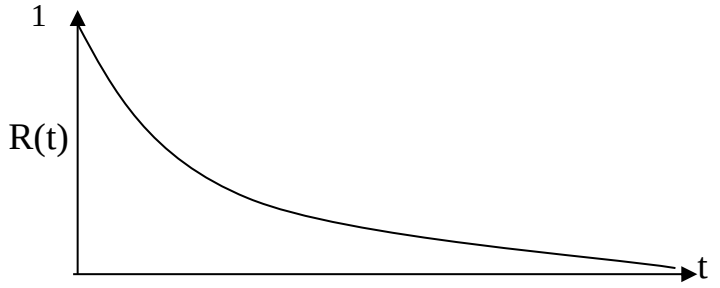
تعرف المعولية في الأحصاء على انها احتمال بقاء النظام في العمل او عدم فشل النظام في أداء عملة في المده الزمنية [0,t] ورياضياً اذا كانت الدالة R(t) ترمز لمعولية النظام عند الزمن t فأن [4]، [7]:

$$R_T(t) = \Pr(T > t) \qquad ; t > 0 \qquad (2.1)$$

$$= \int_t^{\infty} f_T(u)du$$

وتمتاز دالة المعولية R(t) بأنها دالة موجبة ، مستمرة ، متناقصة ولجميع قيم t ضمن الفترة [0,t]. كما تقع قيمها بين الصفر و الواحد وذلك لأن:

$\lim_{t\to\infty} R(t) = 0$ و $R(0)=1$



شكل (1): يمثل مخطط لدالة المعولية

ويمكن أيجاد علاقة بين $F_T(t)$, $R_T(t)$ $f_T(t)$ كالآتي:

$$\because \quad R_T(t) = \Pr(T > t)$$

$$R_T(t) = 1 - \Pr(T \le t) \quad = 1 - F_T(t)$$

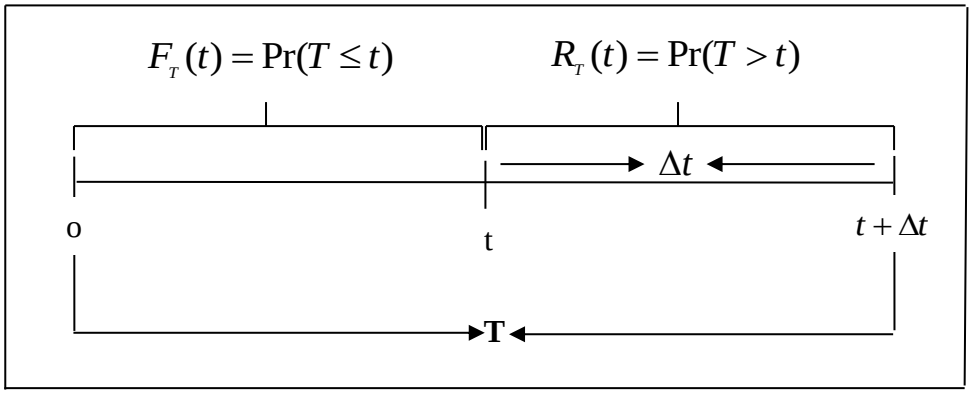
$$\therefore R_T(t) = \bar{F}_T(t)$$

$$\because\ f_T(t) = \frac{dF_T(t)}{dt}$$

أذ إن:

$$F_T(t) = 1 - R_T(t)$$

$$\therefore\ f_T(t) = -\frac{dR_T(t)}{dt} \qquad (2.2)$$



شكل (2): يوضح العلاقة بين الدوال f (t) , F (t) , R (t)

2.2. توزيع وايبل ذي المعلمتين The Two-Parameter Weibull Distribution

إن هذا التوزيع يعد واحداً من النماذج الاحصائية المهمة والمستخدمة بشكل واسع في اختبارات الفشل واختبارات مدة العمر في حقل النظرية واختبارات الحياة او نقصان معدل الحياة بسبب الزيادة وأن التوسع باستخدام هذا التوزيع يعود الى مرونته عند تطبيقه على مختلف البيانات بشكل عام وله تطبيقات كثيرة في بيانات الحياة (Life Data) وكذلك استخدام هذا التوزيع في حقل المعولية وموضوع الرقابة على الجودة بشكل عام ويمكن الحصول على توزيع وايبل ذي المعلمتين من خلال استخدام توزيع كاما العامة (Generalized Gamma Distribution) الذي تم اشتقاقه من قبل العالم Stacy والذي يعد واحداً من اهم التوزيعات ومن الجدير بالذكر أن الخصائص المهمة لهذا التوزيع إنه يعد تعميم للتوزيعات العديدة واخذ حيزا واسعا من اهتمام الباحثين والدارسين للمعولية لا سيما توزيع كاما وتوزيع وايبل والتوزيع الاسي وبشكل عام، وان الصيغة المستخدمة لتوزيع وايبل ذي المعلمتين قد اشتق من دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع كاما العامة على وفق الصيغة الاتية:[1] ،[11]

$$f(x;B,\alpha,k) = \begin{cases} \dfrac{B}{\Gamma(k)\alpha^{kB}} x^{kB-1} \exp\left[-\left(\dfrac{x}{\alpha}\right)^{B}\right] & B,\alpha,\ k > 0, 0 \le x \le \infty \\ 0 & ,else\ where \end{cases} \qquad (2.3)$$

إذ ان:

x: قيمة المتغير العشوائي.

فعند التعويض بـ (B=1) في الصيغة (2-3) نحصل على الصيغة الاتية:

$$f(x;\alpha,k) = \frac{1}{\Gamma(k)\ \alpha^{k}} x^{k-1} \exp\left[-\frac{x}{\alpha}\right] \qquad (2.4)$$

والتي تمثل دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع كاما.

وعند التعويض بكل من (k=1) في الصيغة (2-4) فإنها تتحول الى الصيغة الآتية:

$$f(x;B,\alpha) = \frac{B}{\alpha^{B}} x^{B-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{B}\right] \quad t \ge 0,\ \alpha > 0,\ \beta > 0 \qquad (2.5)$$

$$\text{or } f(x;B,\alpha)=\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)x^{\beta-1}\exp\left[-\frac{(x)^{\beta}}{\alpha}\right]$$

إذ أن:

$\alpha>0$: معلمة القياس (Scale parameter) وأحياناً تسمى مميز الحياة (Characteristic life) .

$\beta>0$: معلمة الشكل (Shape parameter) .

والتي تمثل دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع وايبل ذي المعلمتين، وعند التعويض لكل من (B=1) و(α=1) في الصيغة فنحصل على الصيغة الآتية :

$$f(x;\alpha)=\frac{1}{\alpha}\exp\left(-\frac{x}{\alpha}\right) \qquad (2.6)$$

والتي تمثل دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الاسي ذي المعلمة الواحدة .

وان دالة التوزيع التجميعية (Cumulative Dist. Function) (c.d.f) لتوزيع وايبل ذي المعلمتين يعبر عنها بالصيغة الرياضية الآتية [2] [11]:

$$F(t;\alpha,B)=1-\exp\left(-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{B}\right) \qquad (2.7)$$

وان توزيع وايبل ذي المعلمتين يمكن أن يأخذ اشكالا مختلفة بالاعتماد على قيمة B,α والتي تكون دائما اكبر من الصفر فتغير قيم هذين المعلمتين يؤدي الى التغير في منحنى الدالة ولذلك من الممكن أن يأخذ المنحنى اشكالا مختلفة بالاعتماد على قيم ($\alpha > 0$, $B > 0$).

جدول (1): بعض خصائص توزيع وايبل ذي المعلمتين

Properties	Formula
Mean	$\alpha\,\Gamma(1+(1/B))$
Mode	$\alpha((B-1)/B)^{\frac{1}{B}}$
Median	$\alpha(\ln 2)^{\frac{1}{B}}$
Variance	$(\alpha)^2[\Gamma(1+(2/B)]-\Gamma^2(1+(1/B)^2)$
Skewness	$[(\Gamma(1+(3/B))-3\Gamma(1+(1/B))*\Gamma((1+(2/B))+2\Gamma^3(1+(1/B))]/[\Gamma(1+(2/B))-\Gamma^2(1+(1/B))]^{\frac{3}{2}}$

2.3.الطرائق التقليدية في التقدير: Classical Methods In Estimation

تعتمد هذه الطرائق على افتراض مفاده ان المعلمة المطلوب تقديرها ثابتة، ومن الطرائق التي سيتم تناولها في هذا البحث ما يلي :

2.3.1. طريقة الإمكان الأعظم Maximum Likelihood (MLE)

تعد هذه الطريقة من الطرائق المهمة في التقدير لأنها تحتوي على خصائص جيدة كثيرة، منها أنها غير متحيزة عندما يكون حجم العينة كبيراً وتكون كافية وتملك اقل تباين ممكن واهم خاصية عدم التغاير (Invariant) وتكون اكثر دقة من طرق التقدير الاخرى لا سيما عند زيادة حجم العينة، إذ يكون في بعض الحالات التقدير بهذه الطريقة بديهية بينما في الحالات الاخرى هي كميات معقدة وربما تتطلب طرق خاصة للحل ودالة الامكان تعرف كالتالي [7].

ويمكن تعريف التقدير بهذه الطريقة هي قيم المعلمات التي تجعل دالة الإمكان في نهايتها العظمى، حيث إنه إذا كانت $x_1, x_2, \ldots x_n$ هي مفردات عينة عشوائية بحجم (n) مسحوبة من مجتمع له دالة كثافة احتمالية معلومة (f(xi ,α) فإن دالة الإمكان يرمز لها بالرمز (L) بأنها الدالة الاحتمالية المشتركة أي أن: [3] ،[9]

$L = f(x_1, \alpha)\ f(x_2, \alpha)\ldots\ldots f(x_n, \alpha)$

$$L=\prod_{i=1}^{n} f(x_i,\alpha) \qquad (2.8)$$

وإن دالة الإمكان الأعظم لتوزيع وايبل تكون كالاتي:

$$L(x_1, x_2\ldots., x_n, B, \alpha) = \prod_{i=1}^{n} \frac{\beta}{\alpha} x_i^{\beta-1} e^{-\frac{x_i^{\beta}}{\alpha}}$$

$$= \frac{\beta^n}{\alpha^n} \prod_{i=1}^{n} x_i^{\beta-1} e^{-\frac{\sum x_i^{\beta}}{\alpha}} \quad (2.9)$$

ولغرض تقدير دالة الامكان (2-9) يجب تحويلها إلى الشكل الخطي وذلك بأخذ اللوغاريتم الطبيعي لطرفي المعادلة (2-9) نحصل على:

$$LnL = nLn\beta - nLn\alpha + (\beta-1)Ln\sum_{i=1}^{n} x_i - \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^{\beta}}{\alpha} \quad (2.10)$$

ولإيجاد القيم التقديرية لكل من معلمتي الشكل والقياس β,α والتي تجعل دالة الإمكان أعظم مايمكن سيتم من خلالها حساب النهايات العظمى للدالة (2-10) وكما يأتي:

$$\frac{\partial LnL}{\partial \beta} = \frac{n}{\hat{\beta}} + Ln\sum_{i=1}^{n} x_i - \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^{\beta} Lnx_i}{\hat{\alpha}} = 0 \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial LnL}{\partial \alpha} = -\frac{n}{\hat{\alpha}} + \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^{\beta}}{\hat{\alpha}^2} = 0 \quad (2.12)$$

من المعادلة (2-12) نجد $\hat{\alpha} = \frac{\sum x_i^{\beta}}{n}$

وإن المعادلة (2-11) لايمكن حلها بالطرائق الاعتيادية ولغرض حلها نستخدم إحدى الطرائق العددية لحل المعادلات غير الخطية مثل طريقة نيوتن - رافسون وكما يأتي :

$$\hat{\beta} = \hat{\beta}_{j-1} - \frac{g(\hat{\beta}_{j-1})}{g'(\hat{\beta}_{j-1})}$$

$$g(\hat{\beta}) = \frac{\sum x_i^{\tilde{\beta}} \ln x_i}{\sum x_i^{\tilde{\beta}}} - \frac{1}{\beta} - \frac{\sum \ln x_i}{n}$$

$$g'(\hat{\beta}) = \frac{\partial g(\hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^{\tilde{\beta}} \sum_{i=1}^{n} x_i^{\tilde{\beta}} (\ln x_i)^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i^{\tilde{\beta}} \ln x_i)^2}{(\sum_{i=1}^{n} x_i^{\tilde{\beta}})^2} + \frac{1}{\hat{\beta}^2}$$

وبما إن مقدرات الإمكان الأعظم تتصف بخاصية الثبات أي إذا كانت $\hat{\alpha}_{mL}, \hat{\beta}_{mL}$ مقدرات الإمكان الأعظم β,α وإن $h(\beta,\alpha)$ هي إحدى الدوال في فضاء المعلمة (Ω) فإن $h(\hat{\alpha}_{mL}, \hat{\beta}_{mL})$ هي مقدر الإمكان الأعظم للدالة $h(\beta,\alpha)$ إذا كان التطبيق one-to-one وباستخدام هذه الخاصية نحصل على مقدر لدالة المعولية وكما يأتي [10]:

$$\hat{R}_{mL}(x) = \exp\left(-\frac{X^{\hat{\beta}mL}}{\hat{\alpha}_{mL}}\right) \quad (2.13)$$

2.3.2. طريقة العزوم Method of Moments

تعد طريقة التقدير هذة من الطرائق الشائعة الاستخدام وذلك لسهولتها، وفكرتها الأساسية هي مساواة عزم المجتمع μ_k المقدر مع عزم العينة m_k وإيجاد صيغة تقدير للمعلمات.

ان العزم (k) لتوزيع وايبل هو [5] ، [6] :

$$\mu'_k = (\alpha)^{\frac{k}{\beta}} \Gamma\left(1 + \frac{k}{\beta}\right)$$

ومنها يمكن الحصول على العزم الأول والثاني وهما:

$$\mu_1' = \alpha^{\frac{1}{\beta}}\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right) \qquad (2.14)$$

$$\mu_2' = \alpha^{\frac{2}{\beta}}\Gamma\left(1+\frac{2}{\beta}\right)$$

ومنها يمكن الحصول على المتوسط والتباين لتوزيع وايبل إذ ان العزم الأول يمثل المتوسط.

$$\text{Mean} = \mu_1'$$

أمّا التباين

$$Var = \mu_2' - (\mu_1')^2$$

$$= \alpha^{\frac{2}{\beta}}\Gamma\left(1+\frac{2}{\beta}\right) - \left[\alpha^{\frac{1}{\beta}}\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right]^2$$

$$= \alpha^{\frac{2}{\beta}}\left[\Gamma\left(1+\frac{2}{\beta}\right) - \Gamma^2\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right]$$

ومنها يمكن الحصول على معامل الاختلاف C.V :

$$C.V = \sqrt{\frac{Var}{mean^2}} = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1^2}}$$

$$C.V = \sqrt{\frac{\Gamma\left(\frac{\beta+2}{\beta}\right) - \Gamma^2\left(\frac{\beta+1}{\beta}\right)}{\Gamma^2\left(\frac{\beta+1}{\beta}\right)}} \qquad (2.15)$$

ومن بيانات العينة يمكن إيجاد تقدير معامل الاختلاف:

$$C.V = \sqrt{S^2 / \bar{x}^2}$$

إذا أن:

$\bar{x}$: متوسط العينة $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$

S^2 : تباين العينة $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\,\bar{x}^2}{n-1}$

بعد حساب C.V هناك جدول يعطي قيمة β المقابلة لـ C.V ومن ثم تستخدم قيمة β المقدرة في المعادلة (14 - 2) للحصول على مقدار للمعلمة α وكما يأتي [10] :

$$\bar{x} = \hat{\alpha}^{\frac{1}{\beta}}\Gamma\left(1+\frac{1}{\hat{\beta}}\right)$$

$$\hat{\alpha}^{\frac{1}{\beta}} = \frac{\bar{x}}{\Gamma(1+\frac{1}{\hat{\beta}})}$$

$$\hat{\alpha}_{mom} = \left[\frac{\bar{x}}{\Gamma\left(1+\frac{1}{\hat{\beta}_{mom}}\right)}\right]^{\hat{\beta}_{mom}} \qquad (2.16)$$

2.3.3. طريقة المربعات الصغرى Least Squared Method

ان طريقة المربعات الصغرى تتضمن تصغير مجموع مربعات الخطأ الآتي :

$$S(a,b)=\sum_{i=1}^{n}(y_i-a-bx_i)^2 \qquad (2.17)$$

وبالاشتقاق الجزئي للدالة S لكل من (a,b) ومساواة ناتج كل اشتقاق بالصفر يتم الحصول على معادلتين، وبحلهما يتم الحصول على مقدري المربعات الصغرى $(\hat{a},\hat{b})$ للمعلمتين (a,b)، ان من خواص مقدرات المربعات الصغرى إنها غير متحيزة، تعتمد الفكرة الأساسية لطريقة المربعات الصغرى على دالة اللامعولية المبينة في الصيغة $Y = a + bX$ في بناء أنموذج انحدار خطي بسيط وكما يلي:

$$R(t_i;\alpha,B)=\exp\left(-\left(\frac{t_i}{\alpha}\right)^{\beta}\right) \qquad (2.18)$$

لتقدير معلمات توزيع وايبل بهذه الطريقة يتم من خلال إيجاد علاقة بين المتغيرات من خلال توزيع وايبل وكما يأتي [10] :
نأخذ اللوغاريتم الطبيعي لدالة المعولية فنحصل على:

$$\ln(R(t_i))=\frac{-t_i^{\beta}}{\alpha^{\beta}}$$

وبضرب الطرفين في (1-) نحصل على:

$$-\ln[R(t_i)]=\frac{t_i^{\beta}}{\alpha^{\beta}}$$

$$\ln[R(t)]^{-1}=\frac{t_i^{\beta}}{\alpha^{\beta}}$$

$$\ln\left[\frac{1}{R(t_i)}\right]=\frac{t_i^{\beta}}{\alpha^{\beta}}$$

وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي للطرفين مرة أخرى نحصل على:

$$\ln\left[\ln\frac{1}{R(t_i)}\right]=\beta Lnt_i-\beta Ln\alpha \qquad (2.19)$$

يمكن تحويل العلاقة (19-2) إلى نموذج إنحدار خطي وكما يأتي :

$$Ey_i = a + bx_i \qquad (2.20)$$

إذ أن:

$$Ey_i = \ln\left[\ln\frac{1}{R(t_i)}\right]$$

$$a = -\beta\ln(\alpha)$$

$$b = \beta$$

$$x_i = \ln t_i$$

وباستخدم إحدى الطرائق اللامعلمية في تقدير دالة المعولية $R(t_i)$ كما موضحة في الجدول (2) يمكن الحصول على تقدير لمعلمات الأنموذج الخطي (20-2) باستخدام طريقة المربعات الصغرى وكما يأتي:

جدول (2): طرائق لامعلمية لتقدير دالة المعولية [10] ، [7]

Method	$\hat{R}(t_i)$
Mean Rank	1- (i/n+1)
Median Rank	$1-\frac{i-0.3}{n+0.4}$
Symmetrical $R(t_i)$	$1-\frac{1-0.5}{n}$

$$\hat{a}_{LS} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$$

$$\hat{b}_{LS} = \frac{\sum_{i-1}^{n} y_i x_i - \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}} \qquad (2.21)$$

وباستخدام مقدرات المربعات الصغرى $\hat{b}_{LS}$, $\hat{a}_{LS}$ يمكن الحصول على مقدرات لكل من معلمة الشكل والقياس لتوزيع وايبل وكما يأتي:

$$\hat{\alpha}_{LS} = e^{\frac{1}{\hat{\alpha}_{LS}\hat{\beta}_{LS}}} \qquad (2.22)$$

$$\hat{\beta}_{LS} = \hat{b}_{LS}$$

ويمكن إيجاد مقدر تقريبي لدالة المعولية وذلك من خلال تعويض مقدرات المربعات الصغرى لمعلمات توزيع وايبل في صيغة دالة المعولية وكما يأتي:

$$\hat{R}_{LS}(t_i) = \exp\left(-\frac{t_i^{\hat{\beta}_{LS}}}{\hat{\alpha}_{LS}}\right) \qquad (2.23)$$

ومن الجدير ذكره هنا ان هذه الطريقة تعطي نتائجاً تقريبيةً كما أن دالة التوزيع التجميعية لا يتم حسابها باستخدام القيم الافتراضية للمعلمات ويتم تقديرها باستخدام الطرائق اللامعلمية وفي هذا البحث تم استخدام الصيغة الآتية: [12]

$$\hat{F}_{(x_{(i)})} = \frac{i}{n+1} \qquad (2.24)$$

إذ أن:

i : تمثل رتبة المشاهدات بعد ترتيبها تصاعدياً.

$\hat{F}(x_{(i)})$: تقدير غير متحيز لدالة الكثافة الاحتمالية التجميعية $F(x_{(i)})$.

أي أن:

$$E\left[\hat{F}(x_{(i)})\right] = F(x_{(i)}) \qquad (2.25)$$

3. الجانب التجريبي

3.1. وصف مراحل تجربة المحاكاة

لقد تضمنت تجارب المحاكاة المراحل الآتية لتطبيق أساليب تقدير دالة المعولية في هذا المبحث.

المرحلة الأولى

وهي مرحلة اختيار القيم الافتراضية، إذ تعد من المراحل المهمة التي تعتمد المراحل الأخرى عليها، وقد تم اختيار القيم الافتراضية كالآتي :

1. بالنسبة للمعلمات والتجارب المختلفة كانت كما في الجدول الآتي:

جدول (3): القيم الافتراضية للمعلمات والتجارب المختلفة

Experiment	β	α
I	**1**	**1**
II	**1**	**1.5**
III	**1**	**2**
IV	**2**	**1**
V	**2**	**1.5**
VI	**2**	**2**

2. أما العينات المفترضة فكانت كما يلي : n = 10, 30, 50, 100

المرحلة الثانية

توليد بيانات وفق توزيع وايبل ذي المعلمتين (The Two-Parameter Weibull Distribution) بالمعلمتين (β,α) وحسب الصيغة الآتية [15] :

$$X = \alpha(-\ln(1-U))^{\frac{1}{B}} \quad (3.1)$$

والتي يتم الحصول عليها باتباع الخطوات التالية:

$$F(x) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{B}\right)$$

$$U = 1 - \exp\left(-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{B}\right)$$

$$\exp-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{B} = 1 - F(x)$$

$$-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{B} = \ln(1-F(x))$$

$$x = \alpha[-\ln(1-F(x)]^{\frac{1}{B}}$$

وبافتراض U=F(x) تصبح كما يأتي:

$$X = \alpha(-\ln(1-U))^{\frac{1}{B}} \quad (3.2)$$

ومن خلال الصيغة (2-3) تتولد بيانات تتبع توزيع وايبل ذي المعلمتين (Generator of Weibull Voriate) المستخدمة للمرحلة التي بعدها.

إذ ان:

U : يمثل المتغير العشوائي المستمر المنتظم على الفترة [1، 0] ويتم توليده باستخدام الحاسبة الإلكترونية وفق الصيغة الآتية :

$$U = RND(1) \quad (3.3)$$

المرحلة الثالثة

في هذه المرحلة يتم تقدير دالة المعولية لانموذج وايبل ذي المعلمتين بالمعلمتين (β,α) والمبينة في الجانب النظري وحسب صيغ طرائق التقدير الآتية:

1. طريقة الإمكان الأعظم (ML) .
2. طريقة العزوم (MOM) .
3. طريقة المربعات الصغرى (LS) .

المرحلة الرابعة

مرحلة المقارنة بين طرائق التقدير، حيث يتم استخدام المقياس الآتي:

1. مقياس متوسط مربعات الخطأ التكاملي Integral Mean Squared Error (IMSE):

لكون (MSE) يحسب لكل (t_i) من الزمن فان (IMSE) يمثل تكامل للمساحة الكلية لـ(t_i) واختزالها بقيمة واحدة تعد عامة للزمن، أو معبرة عن الزمن الكلي وصيغة هذا المقياس تكون كما يلي: [8]

$$IMSE(\hat{R}(t)) = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}\left\{\frac{1}{n_t}\sum_{j=1}^{n_t}(\hat{R}_i(t_j) - R(t_j))^2\right\} \quad (3.4)$$

$$IMSE(\hat{R}(t)) = \frac{1}{n_t}\sum_{j=1}^{n_t}(MSE(\hat{R}(t_i)) \quad (3.5)$$

i = 1,2, …, L

إذ أن:

L: عدد مرات تكرار التجربة (Replications).

n_t: هي معبرة عن حدود المتغير (t_i) أي من الحد الأدنى (Lower Bound) إلى الحد الأعلى (Upper Bound)

3.2. مناقشة تجارب المحاكاة

في هذا المبحث سيتم عرض وتحليل نتائج تجارب المحاكاة لتقدير دالة المعولية لتوزيع وايبل ذي المعلمتين (The Two-Parameter Weibull Distribution) بالمعلمتين (β,α) حسب الطرائق المبينة في الجانب النظري من هذا البحث، وقد تم الحصول على هذه النتائج باعتماد برنامج كتب بلغة (Visual Basic) من قبل الباحث (بالملحق) ، وفيما يلي النتائج الموضحة في الجداول التي سيتم تحليلها حسب التسلسل وكما يأتي:

جدول (4): قيم دالة المعولية لطرائق التقدير المختلفة للتجربة الأولى بحسب حجوم العينات وبعدد مكررات (L=1000)

n	ti	Real	MOM	MLE	LS
10	1.70	0.88333	0.87322	0.88503	0.97823
	2.13	0.70423	0.72345	0.69311	0.74245
	2.56	0.58594	0.59874	0.57866	0.60667
	2.66	0.50167	0.49358	0.49090	0.53064
	3.42	0.43860	0.42333	0.43129	0.47376
	3.85	0.38961	0.37056	0.38593	0.42948
	4.28	0.35047	0.32951	0.35019	0.39394
	4.71	0.31847	0.29669	0.32127	0.36473
	5.14	0.29183	0.26986	0.29735	0.34025
	5.57	0.26930	0.24754	0.27723	0.31940
30	1.70	0.88235	0.90583	0.87964	0.92454
	2.13	0.70423	0.71073	0.69696	0.72119
	2.56	0.58594	0.59876	0.57806	0.60543
	2.99	0.50167	0.51298	0.49453	0.51404
	3.42	0.43860	0.42994	0.43264	0.45579
	3.85	0.38961	0.37966	0.38493	0.41024
	4.28	0.35047	0.33987	0.34702	0.37371
	4.71	0.31847	0.30761	0.31617	0.34346
	5.14	0.29183	0.28093	0.29056	0.31820
	5.57	0.26930	0.25850	0.26895	0.29671
50	1.70	0.88235	0.89637	0.88083	0.86133
	2.13	0.70423	0.70870	0.70041	0.6935
	2.56	0.58594	0.58022	0.58349	0.58930
	2.99	0.50167	0.49890	0.49978	0.51103
	3.42	0.43860	0.43446	0.43597	0.45203
	3.85	0.38961	0.38473	0.38780	0.40589
	4.28	0.35047	0.34520	0.34942	0.36879
	4.71	0.31847	0.31304	0.31813	0.33827
	5.14	0.29183	0.28637	0.29211	0.31271
	5.57	0.26930	0.26389	0.27015	0.29098
100	1.70	0.88235	0.88897	0.88126	0.86866
	2.13	0.70423	0.70664	0.70250	0.70167
	2.56	0.58594	0.58876	0.58438	0.58994
	2.66	0.50167	0.50088	0.50053	0.50980
	3.42	0.43860	0.43719	0.43792	0.44944
	3.85	0.38961	0.38786	0.38937	0.40230
	4.28	0.35047	0.34854	0.35064	0.36443
	4.71	0.31847	0.31647	0.31900	0.33333
	5.14	0.29183	0.28980	0.29199	0.30731
	5.57	0.26930	0.26729	0.26899	0.28520

من خلال النتائج المبينة في الجدول (4) نلاحظ لجميع حجوم العينات (n= 10, 30, 50, 100) أفضلية لطريقة الأمكان الأعظم (MLE) على الطرائق التقليدية من خلال اقتراب القيم التقريبية من القيم الافتراضية.

جدول (5): قيم دالة المعولية لطرائق التقدير المختلفة للتجربة الثانية بحسب حجوم العينات وبعدد مكررات (L=1000)

n	ti	Real	MOM	MLE	LS
10	1.10	0.82645	0.89652	0.82625	0.83456
	1.59	0.39555	0.37688	0.39139	0.43486
	2.08	0.23114	0.21047	0.24327	0.28370
	2.57	0.15140	0.13603	0.16543	0.20655
	3.06	0.10680	0.09608	0.11008	0.16067
	3.55	0.07935	0.07203	078654	0.13061
	4.04	0.06127	0.05635	0.06288	0.10956
	4.53	0.04873	0.04552	0.04788	0.09409
	5.02	0.03968	0.03769	0.03888	0.08228
	5.51	0.03294	0.03987	0.03184	0.07300

30	1.10	0.82645	0.84406	0.82184	0.81013
	1.59	0.39555	0.38574	0.39070	0.41579
	2.08	0.23114	0.22081	0.23245	0.25996
	2.57	0.15140	0.14335	0.15633	0.18124
	3.06	0.10680	0.10084	0.10543	0.10987
	3.55	0.07935	0.07498	0.08066	0.10599
	4.04	0.06127	0.05806	0.06914	0.08591
	4.53	0.04873	0.04638	0.04755	0.07148
	5.02	0.03968	0.03796	0.04093	0.06071
	5.51	0.03294	0.03169	0.03211	0.05242
50	1.10	0.82645	0.83718	0.82394	0.81031
	1.59	0.39555	0.39075	0.39363	0.41150
	2.08	0.23114	0.22598	0.23298	0.25386
	2.57	0.15140	0.14749	0.15537	0.17463
	3.06	0.10680	0.11178	0.10766	0.12878
	3.55	0.07935	0.08499	0.07744	0.09966
	4.04	0.06127	0.07098	0.05998	0.07989
	4.53	0.04873	0.05099	0.04789	0.06578
	5.02	0.03968	0.04456	0.03917	0.05533
	5.51	0.03294	0.03877	0.03267	0.04735
100	1.10	0.82645	0.82504	0.84556	0.85664
	1.59	0.39555	0.39526	0.39345	0.40804
	2.08	0.23114	0.23275	0.22778	0.24754
	2.57	0.15140	0.15199	0.15000	0.16758
	3.06	0.10680	0.10587	0.10981	0.12174
	3.55	0.07935	0.07878	0.08249	0.09290
	4.04	0.06127	0.06095	0.06440	0.07350
	4.53	0.04873	0.04859	0.05177	0.05970
	5.02	0.03968	0.03967	0.04260	0.04972
	5.51	0.03294	0.03302	0.03571	0.04209

من خلال النتائج المبينة في الجدول (5) نلاحظ ما يلي:

1. عند حجوم العينات (n= 10, 30, 50) كان لطريقة الإمكان الأعظم (MLE) أفضلية على سائر الطرائق الأخرى لتقدير دالة المعولية من خلال اقتراب القيم التقديرية من القيم الافتراضية لهذه الدالة.
2. عند حجم العينة (n=100) كانت لطريقة العزوم (MOM) الأفضلية على الطرائق التقليدية من خلال اقتراب القيم التقديرية لدالة المعولية من القيم الافتراضية .

جدول (6): قيم دالة المعولية لطرائق التقدير المختلفة للتجربة الثالثة بحسب حجوم العينات وبعدد مكررات (L=1000)

n	time	Real	MOM	MLE	LS
10	1.20	0.83333	0.82654	0.83200	0.82344
	2.08	0.48077	0.47001	0.47099	0.51179
	2.96	0.33784	0.31647	0.33874	0.38243
	3.84	0.26042	0.23883	0.26931	0.31114
	4.72	0.21186	0.19211	0.22614	0.26543
	5.60	0.17857	0.16094	0.19652	0.23336
	6.48	0.15432	0.12865	0.17482	0.20946
	7.36	0.13587	0.12198	0.15818	0.19088
	8.24	0.12136	0.10900	0.11987	0.17597
	9.12	0.10965	0.09860	0.10349	0.16369
30	1.20	0.83333	0.81637	0.82893	0.85433
	2.08	0.48077	0.47362	0.47396	0.49478
	2.96	0.33784	0.32711	0.33483	0.36173
	3.84	0.26042	0.24969	0.26044	0.28819
	4.72	0.21186	0.20193	0.21404	0.24120
	5.60	0.17857	0.18751	0.16912	0.20873
	6.48	0.15432	0.14616	0.15912	0.18418
	7.36	0.13587	0.12848	0.14147	0.16546
	8.24	0.12136	0.11465	0.12756	0.15054
	9.12	0.10965	0.11398	0.10765	0.13835
50	1.20	0.83333	0.84445	0.83093	0.81660
	2.08	0.48077	0.47750	0.47759	0.49152
	2.96	0.33784	0.33249	0.33706	0.35676
	3.84	0.26042	0.25504	0.26149	0.28237
	4.72	0.21186	0.20691	0.21423	0.23494
	5.60	0.17857	0.18077	0.17412	0.20194
	6.48	0.15432	0.16514	0.15822	0.17759
	7.36	0.13587	0.14981	0.13231	0.15883
	8.24	0.12136	0.11818	0.12605	0.14392
	9.12	0.10965	0.11165	0.10679	0.13176

100	1.20	0.83333	0.83868	0.83196	0.82283
	2.08	0.48077	0.47975	0.47976	0.48984
	2.96	0.33784	0.33587	0.33815	0.35217
	3.84	0.26042	0.25842	0.26165	0.27646
	4.72	0.21186	0.22334	0.21003	0.22838
	5.60	0.17857	0.18899	0.17695	0.19505
	6.48	0.15432	0.15289	0.15322	0.17054
	7.36	0.13587	0.14789	0.13462	0.15173
	8.24	0.12136	0.12443	0.12026	0.13682
	9.12	0.10965	0.12078	0.10869	0.12470

من خلال النتائج المبينة في الجدول (6) نلاحظ ما يلي:

1. لأحجام العينات المفترضة جميعها، أظهرت تقديرات دالة المعولية بطريقة الأمكان الاعظم (MLE) أفضلية في اقترابها من القيم الافتراضية مقارنة بالطرق الأخرى.
2. حققت طريقة العزوم (MOM) الأفضلية على طريقة المربعات الصغرى (LS) لتقدير دالة المعولية عند حجوم العينات (n= 10, 30, 50, 100) من خلال اقتراب القيم التقريبية من القيم الافتراضية.

جدول (7): قيم دالة المعولية لطرائق التقدير المختلفة للتجربة الرابعة بحسب حجوم العينات وبعدد مكررات (L=1000)

n	ti	Real	MOM	MLE	LS
10	2.13	0.88166	0.88433	0.88624	0.87750
	2.72	0.54185	0.53242	0.52964	0.56687
	3.30	0.36642	0.36470	0.38754	0.40845
	3.89	0.26420	0.24930	0.27268	0.31467
	4.48	0.19948	0.18802	0.21513	0.25358
	5.07	0.15592	0.14768	0.17626	0.21105
	5.65	0.12521	0.11960	0.14849	0.17996
	6.24	0.10276	0.09922	0.12780	0.15636
	6.83	0.08585	0.08391	0.11187	0.13790
	7.41	0.07279	0.07208	0.09927	0.12312
30	2.13	0.88166	0.89116	0.87892	0.86014
	2.72	0.54185	0.53253	0.53424	0.55096
	3.30	0.36642	0.35448	0.36245	0.38857
	3.89	0.26420	0.25336	0.26407	0.29182
	4.48	0.19948	0.21877	0.19045	0.22907
	5.07	0.15592	0.17644	0.14864	0.18579
	5.65	0.12521	0.14654	0.11941	0.15453
	6.24	0.10276	0.09817	0.10398	0.13111
	6.83	0.08585	0.09765	0.08223	0.11305
	7.41	0.07279	0.08033	0.06996	0.09879
50	2.13	0.88166	0.88707	0.88012	0.86070
	2.72	0.54185	0.53608	0.53811	0.55477
	3.30	0.36642	0.35919	0.36505	0.38394
	3.89	0.26420	0.25774	0.26518	0.28604
	4.48	0.19948	0.19418	0.20217	0.22272
	5.07	0.15592	0.15173	0.15977	0.17920
	5.65	0.12521	0.12196	0.12456	0.14790
	6.24	0.10276	0.10789	0.10027	0.12456
	6.83	0.08585	0.09142	0.08396	0.10664
	7.41	0.07279	0.07865	0.07139	0.09255
100	2.13	0.88166	0.88056	0.89654	0.86801
	2.72	0.54185	0.54048	0.53739	0.54808
	3.30	0.36642	0.36642	0.37065	0.37989
	3.89	0.26420	0.26539	0.26877	0.28019
	4.48	0.19948	0.19749	0.20977	0.21602
	5.07	0.15592	0.15446	0.16433	0.17216
	5.65	0.12521	0.12408	0.13564	0.14079
	6.24	0.10276	0.10180	0.11288	0.11753
	6.83	0.08585	0.08622	0.08898	0.09978
	7.41	0.07279	0.07594	0.07931	0.08590

من خلال النتائج المبينة في الجدول (7) نلاحظ ما يلي:

1. عند حجم العينة (n=10,100) أظهرت النتائج أفضلية طريقة العزوم (MOM) على جميع الطرائق المستخدمة في هذا البحث من خلال اقتراب القيم التقديرية من القيم الافتراضية .
2. عند حجمي العينة (n=30,50) كان لطريقة الأمكان الأعظم (MLE) الأفضلية على كل الطرائق المستخدمة في البحث من حيث اقتراب القيم التقديرية من القيم الافتراضية.

جدول (8): قيم دالة المعولية لطرائق التقدير المختلفة للتجربة الخامسة بحسب حجوم العينات وبعدد مكررات (L=1000)

n	ti	Real	MOM	MLE	LS
10	1.10	0.77311	0.82555	0.77708	0.76543
	1.49	0.34072	0.31944	0.33302	0.38506
	1.88	0.18188	0.16401	0.17894	0.23657
	2.27	0.10933	0.09832	0.09958	0.16335
	2.66	0.07126	0.06500	0.07046	0.12134
	3.05	0.04925	0.04596	0.04891	0.09475
	3.44	0.03559	0.03414	0.03428	0.07670
	3.83	0.02663	0.02632	0.02655	0.06381
	4.22	0.02050	0.02090	0.02025	0.05423
	4.61	0.01614	0.01699	0.01624	0.04688
30	1.10	0.77311	0.78558	0.77136	0.76176
	1.49	0.34072	0.33002	0.34253	0.36445
	1.88	0.18188	0.17274	0.18998	0.21171
	2.27	0.10933	0.10323	0.10420	0.13802
	2.66	0.07126	0.06740	0.06909	0.09709
	3.05	0.04925	0.04686	0.04889	0.07209
	3.44	0.03559	0.03415	0.03494	0.05571
	3.83	0.02663	0.02582	0.02608	0.04440
	4.22	0.02050	0.02010	0.02039	0.03626
	4.61	0.01614	0.01602	0.01633	0.03022
50	1.10	0.77311	0.78095	0.77654	0.76153
	1.49	0.34072	0.33539	0.34013	0.35951
	1.88	0.18188	0.17736	0.18222	0.20524
	2.27	0.10933	0.10648	0.10857	0.13143
	2.66	0.07126	0.06962	0.07027	0.09088
	3.05	0.04925	0.04839	0.04892	0.06637
	3.44	0.03559	0.03522	0.03549	0.05051
	3.83	0.02663	0.02657	0.02671	0.03967
	4.22	0.02050	0.02063	0.02051	0.03197
	4.61	0.01614	0.01640	0.01615	0.02629
100	1.10	0.77311	0.77701	0.77412	0.76640
	1.49	0.34072	0.33876	0.33987	0.35497
	1.88	0.18188	0.18023	0.18020	0.19837
	2.27	0.10933	0.10837	0.10855	0.12437
	2.66	0.07126	0.07080	0.07138	0.08426
	3.05	0.04925	0.04871	0.04987	0.06036
	3.44	0.03559	0.03563	0.03556	0.04510
	3.83	0.02663	0.02678	0.02662	0.03482
	4.22	0.02050	0.02071	0.02056	0.02760
	4.61	0.01614	0.01640	0.01631	0.02235

من خلال النتائج المبينة في الجدول (8) نلاحظ لجميع حجوم العينات (n = 10, 30, 50, 100) أفضلية لطريقة الأمكان الأعظم (MLE) على الطرائق التقليدية من خلال اقتراب القيم التقريبية من القيم الافتراضية.

جدول (9): قيم دالة المعولية لطرائق التقدير المختلفة للتجربة السادسة بحسب حجوم العينات وبعدد مكررات (L=1000)

n	ti	Real	MOM	MLE	LS
10	1.60	0.87891	0.88654	0.87425	0.87819
	1.94	0.59783	0.61234	0.55175	0.60565
	2.28	0.43283	0.40876	0.38130	0.41703
	2.62	0.32778	0.29876	0.28021	0.30616
	2.96	0.25680	0.22387	0.21526	0.23530
	3.30	0.20661	0.16788	0.17099	0.18714
	3.64	0.16982	0.17987	0.13942	0.15286
	3.98	0.14204	0.11897	0.11608	0.12755
	4.32	0.12056	0.08769	0.09833	0.10829
	4.66	0.10361	0.85430	0.08449	0.09327
30	1.60	0.87891	0.88654	0.87129	0.87201
	1.94	0.59783	0.60432	0.57390	0.59670
	2.28	0.43283	0.44321	0.40637	0.42399
	2.62	0.32778	0.33456	0.30292	0.31697
	2.96	0.25680	0.26098	0.23464	0.24612
	3.30	0.20661	0.21398	0.18724	0.19680
	3.64	0.16982	0.18765	0.15298	0.16108
	3.98	0.14204	0.15998	0.12713	0.13438
	4.32	0.12056	0.14876	0.10786	0.11389
	4.66	0.10361	0.10154	0.09253	0.09783

50	1.60	0.87891	0.89272	0.87364	0.85819
	1.94	0.59783	0.58765	0.59799	0.60030
	2.28	0.43283	0.41236	0.42567	0.44661
	2.62	0.32778	0.31983	0.32498	0.34717
	2.96	0.25680	0.25145	0.25396	0.27886
	3.30	0.20661	0.19208	0.20488	0.22977
	3.64	0.16982	0.15997	0.16450	0.19318
	3.98	0.14204	0.13633	0.13922	0.16513
	4.32	0.12056	0.11740	0.11250	0.14310
	4.66	0.10361	0.09432	0.10198	0.12545
100	1.60	0.87891	0.87543	0.87526	0.86544
	1.94	0.59783	0.59834	0.58870	0.60121
	2.28	0.43283	0.43137	0.42291	0.44390
	2.62	0.32778	0.32579	0.31851	0.34239
	2.96	0.25680	0.25481	0.24857	0.27290
	3.30	0.20661	0.20481	0.19944	0.22314
	3.64	0.16982	0.16826	0.16361	0.18623
	3.98	0.14204	0.14073	0.13668	0.15804
	4.32	0.12056	0.11948	0.11593	0.13600
	4.66	0.10361	0.10273	0.09960	0.11842

من خلال النتائج المبينة في الجدول (9) نلاحظ ما يلي:

1. عند حجم العينة (n=10,30) أظهرت النتائج أفضلية طريقة المربعات الصغرى (LS) على جميع الطرائق المستخدمة في هذا البحث من خلال اقتراب القيم التقديرية من القيم الافتراضية.
2. عند حجم العينة (n=50) كان لطريقة الإمكان الأعظم (MLE) الأفضلية على سائر الطرائق التقليدية.
3. عند حجم العينة (n =100) كانت لطريقة لطريقة العزوم (MOM) الأفضلية على سائر الطرائق المستخدمة في هذا البحث من خلال اقتراب القيم التقديرية لدالة المعولية من القيم الافتراضية.

جدول (10): متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) لتقدير دالة المعولية بجميع الطرائق وحجوم العينات ولجميع التجارب

Model	n	MOM	ML	LS	Best
I	10	0.007859	0.007344	0.010692	MLE
	30	0.002781	0.002223	0.005182	MLE
	50	0.001892	0.001675	0.003947	MLE
	100	0.001131	0.000935	0.002869	MLE
II	10	0.016453	0.012413	0.017618	MLE
	30	0.004086	0.003904	0.007580	MLE
	50	0.002479	0.002287	0.005596	MLE
	100	0.001160	0.001514	0.003947	MOM
III	10	0.017320	0.013189	0.018780	MLE
	30	0.003940	0.003810	0.007521	MLE
	50	0.002352	0.002190	0.005475	MLE
	100	0.001085	0.001001	0.003814	MLE
IV	10	0.004062	0.005683	0.005123	MOM
	30	0.001885	0.001773	0.001940	MLE
	50	0.001180	0.001158	0.001343	MLE
	100	0.000562	0.000595	0.000768	MOM
V	10	0.012160	0.009639	0.009109	MLE
	30	0.003206	0.002995	0.003323	MLE
	50	0.001985	0.001940	0.002257	MLE
	100	0.000941	0.000917	0.001266	MLE
VI	10	0.010638	0.005411	0.000792	LS
	30	0.002772	0.002590	0.002154	LS
	50	0.001721	0.001683	0.001953	MLE
	100	0.000817	0.000859	0.001103	MOM

من الجدول (10) نلاحظ:

1. للتجربة الاولى (I) كانت أكفأ طريقة لتقدير دالة المعولية R(t) هي طريقة الامكان الاعظم (MLE) لجميع حجوم العينات (n = 10, 30, 50, 100) مقارنة بطرائق التقدير المستخدمة في هذا البحث.
2. للتجربة الثانية (II) حقق طريقة الامكان الاعظم (MLE) كفاءة في التقدير عند حجوم العينات (n = 10, 30, 50)، أما طريقة العزوم (MOM) فكانت أكفأ عندما حجم عينة (n= 100) مقارنة بطرائق التقدير المستخدمة في هذا البحث .
3. للتجربة الثالثة (III) أيضاً حققت طريقة الامكان الاعظم (MLE) كفاءة في التقدير لجميع حجوم العينات (n =10, 30, 50, 100) مقارنة بطرائق التقدير المستخدمة في هذا البحث .

4. للتجربة الرابعة (IV) كانت أكفأ طريقة لتقدير دالة المعولية R(t) هي طريقة العزوم (MOM) كفاءة في التقدير عند حجم عينة المفترضة (n = 10,100)، في حين كانت طريقة الإمكان الأعظم (MLE) فكانت أكفأ عند حجمي العينة (n=30,50)، مقارنة بطرائق التقدير المستخدمة في هذا البحث.
5. للتجربة الخامسة (V) حققت أيضاً حققت طريقة الامكان الاعظم (MLE) كفاءة في التقدير لجميع حجوم العينات (n=10, 30, 50, 100) مقارنة بطرائق التقدير المستخدمة في هذا البحث.
6. للتجربة السادسة (VI) حققت طريقة العزوم (LS) الكفاءة في التقدير عند حجمي العينة (n = 10,30)، في حين كانت طريقة الإمكان الأعظم (MLE) أكفأ عند حجم العينة (n=50)، في حين كانت طريقة العزوم (MOM) فكانت أكفأ عند حجم عينة مفترض (n=100) مقارنة بطرائق التقدير المستخدمة في هذا البحث.

كما يتضح مما تقدم وفيما يخص المقياس الإحصائي (IMSE) كانت طريقة التقدير التي حققت أعلى نسبة من حيث الكفاءة لتقدير دالة المعولية لتوزيع وايبل ذي المعلمتين (The Two-Parameter Weibull Distribution) وعند حجوم العينات جميعها ولجميع تجارب المحاكاة هي طريقة الأمكان الأعظم (MLE).

والجدول الآتي يلخص نسبة الكفاءة لطرائق التقدير المختلفة .

جدول (11): نسبة الكفاءة لتقدير دالة المعولية باستخدام المقياس الإحصائي (IMSE)

طريقة التقدير	عدد مرات الأفضلية	النسبة
MLE	18	0.75
ML	4	0.17
LS	2	0.08

4. الاستنتاجات Conclusions

1. بشكل عام تبين لدى الباحث من خلال تنفيذ تجارب المحاكاة أفضلية طريقة الإمكان الأعظم (MLE) مقارنة بطرائق التقدير المستخدمة في هذا البحث، لتقدير دالة المعولية باستخدام المقياس الإحصائي (IMSE) من اجل المقارنة يبن أفضلية المقدرات ولحجوم العينات المفترضة كافة.

2. أظهرت نتائج تجارب المحاكاة ان قيم دالة المعولية تتناقص بزيادة زمن الاشتغال t وان قيمتها تقع ضمن الفترة [0،1].

3. بشكل عام أظهرت نتائج المحاكاة بالنسبة للطرائق التقليدية أفضلية طريقة الإمكان الأعظم من خلال اقتراب القيم التقديرية من القيم الافتراضية.

4. أظهرت نتائج المحاكاة ان مقدرات طريقة المربعات الصغرى اقل كفاءة من بقية الطرائق المستخدمة في هذا البحث في تقدير دالة المعولية.

5. التوصيات Recommendations

1. يوصي الباحث باعتماد طريقة الأمكان الأعظم (MLE) لتقدير دالة المعولية لتوزيع وايبل ذي المعلمتين.

2. نوصي بالتوسع في الدراسة لحالات متعدد المتغيرات عند تسليط اكثر من متغير عن نظام ومقدار الاستجابة التي تظهرها تجاه هذه الحالة.

3. يوصي الباحث بإجراء بحث على بيانات حقيقية واستخدام طريقة الأمكان الأعظم (MLE) لتقدير دالة المعولية لكونه افضل طرائق التقدير التي تم التوصل إليها في الجانب التجريبي.

المصادر References

[1] البياتي، حسام نجم عبود، (2002)، "مقارنة طرائق تقدير انموذج وايبل للفشل باستخدام المحاكاة"، اطروحة دكتوراه، كلية الادارة والاقتصاد- جامعة بغداد.

[2] الساعدي، سلام جاسم محمد، (2007)، "اشتراك توزيعي ويبل وتكوين توزيع الباي ويبل"، رسالة ماجستير، كلية الادارة والاقتصاد- جامعة بغداد.

[3] الشمري، نجاة عبد الجبار رجب، (2008)، "استخدام المحاكاة في مقارنة مقدرات التقلص لمعلمة الشكل لتوزيع ويبل لبيانات الشكل"، اطروحة دكتوراه، كلية الادارة والاقتصاد- جامعة بغداد.

[4] العبيدي، مكي اكرم محمد صالح، (2006)، "محاكاة طرائق تقدير معلمة القياس ودالة المعولية لتوزيع وايبل ذي المعلمتين"، اطروحة دكتوراه، كلية التربية-الجامعة المستنصرية.

[5] الناصر، د. عبد المجيد الناصر، الهندي عدي وليد تيودور، (1999)، "دراسة لمحاكاة مقدرات معالم توزيع كاما ذي المعلمتين"، مجلة كلية الرافدين الجامعة للعلوم، العدد (3) السنة الثانية.

[6] الياسري، تهاني مهدي عباس، (2007)، "مقارنة مقدرات بيز الحصين مع مقدرات اخرى لتقدير دالة المعولية التقريبية لتوزيع وايبل"، اطروحة دكتوراه، كلية الادارة والاقتصاد- جامعة بغداد.

[7] حسين، أسيل ناصر، (2007)، "مقارنة بعض طرائق تقدير دالة المعولية لتوزيع وايبل المختلط باستخدام المحاكاة"، رسالة ماجستير، كلية الادارة والاقتصاد- جامعة بغداد.

[8] شريم، ماجد هبة الله، (2005)، "دراسة مقارنة لطرائق التقدير الحصينة لدالة البقاء مع تطبيق عملي عن مرضى سرطان الدم في اليمن"، أطروحة دكتوراه، كلية الإدارة والاقتصاد- جامعة بغداد.

[9] B. N. Pandey, (1985), "On Shrinkage Estimation of the Exponential Scale Parameter", IEEE, Vol. R.34, No.3, PP. 224-226 .

[10] Chard L. Dykstra, (1982), "Maximum Likelihood Estimation of the Survival Functions of Stochastically Ordered Random Variables", Vol.77, No.379, Journal of the American Statistical Association.

[11] Heusila. P. Singh, S. Saxena Mohammad Khoshnevisan, Sarjinder Singh Florentin Smarandacke (2002), Estimation of Weibull Shape Parameter by Shrinkage Towards an Interval Under Failure Censored Sampling, American Research Press. (Second Edition).

[12] Hisashi Kanie Yasuo Nonaka, (1985), "Estimation of Weibull Shape-Parameters for two Independent Competing Risks" IEEE Vol. R-34, No.1, April, PP. 53-56 .

[13] J.F. Lawless (1978), "Confidence Interval Estimation for the Weibull and Extreme Value Distribution", Technometrics, Vol.20, No.4, November, PP. 355-364.

[14] Karlin S. (1958), "Admissibility for Estimation with Quadratic Loss", Annals. of Mathematical Statistics, Vol. 29, No.2.

[15] Lee J. Bain and Max Engelhardt, (1981), "Simple Approximate Distributional Results for Confidence and Tolerance Limits for the Weibull Distribution Based on Maximum Likelihood Estimators", Tech. Vol.23, No.1, February, PP.15-20.