مجلة الكوت للعلوم الاقتصادية والادارية ـ تصدرعن كلية الإدارة والاقتصاد/جامعة واسط ـالعدد(22)ـ 2016

تحليل التجارب العاملية 2^n بتوزيع أسي لمتغير الاستجابه مع التطبيق

أ.كمال علوان خلف المشهداني طالبة الماجستير. رُؤده رعد يوسف(*)

كلية الادارة والاقتصاد – جامعة بغداد – قسم الاحصاء

المستخلص

يقدم هذا البحث طريقة نموذج الخطي العام Generalized Linear Model (GLM) لغرض تحليل التجارب العاملية المتضمنة متغير الاستجابة غير طبيعي وحجم العينة صغير .

ويتم فيه إجراء مقارنة مابين نموذج الخطي العام GLM و التحويل اللوغارتمي Logtransformation حيث تعتمد اساس المقارنه على توقع طول حدود الثقة E(LOCI) لمتغير الاستجابة الذي يتوزع توزيعاً اسياً .

وكانت نتائج التحويل اللوغارتمي Log-transformation متفوقة على GLM لتكرارين وحجم العينة صغير في التجربة الزراعية والتي هي حالة نادرة في استخدام التجارب الزراعية ويكون توزيعها اسي .

المصطلحات الرئيسية للبحث :التجربة العاملية ، التوزيع الاسي ، نموذج الخطي العام GLM ، التحويل اللوغارتمي.

<u>Abstract</u>

This paper presents a method of Generalized Linear Model (GLM) for the purpose of analysis Factor experiences of the response variable no normal and small size of the sample

And are compared between Generalized linear model GLM and Log transformation where the basis dependent The expected length of the confidence limits of E (LOCI) to the response variable which is distributed Exponentially

The results of the conversion Log-transformation is superior to GLM to two repetitions and the small sample size in the of agricultural experiment, which is rarity case of the use of agricultural experiment and be distributed Exponentially

Main keys: Factorial experients , distributed Exponentially , Generalized linear model GLM, Log-transformation.

المبحث الاول : تمهيد

<u>المقدمة</u> :-

التجارب العاملية تعد من التجارب المهمة التي تنفذبعدة انواع من التصاميم التي يتم فيها دراسة تأثير جميع التوافيق الممكنة بين المستويات لعدد من العوامل في صفة او صفات محددة لظاهرة معينة. فالتجربة العاملية توفر لنا امكانية اختبار استقلالية العوامل عن بعضها وفي هذه الحالات فان التجربة العاملية توفر لنا عناصر كثيرة تتمثل بالوقت والجهود والتكاليف ، إذ توجد انواع عديدة للتجارب العاملية ، ومن انواعها التجارب من النوع 2^n التي تعني n من العوامل وكل عامل بمستويين ،

(*) بحث مستل من رسالة ماجستير للباحثة الثانية.

وان طريقة تحليل التجارب تعتمد على تحليل التباين ومن المعلوم ان الخصائص المثالية لتحليل التباين المستند على اساس اختبار F يعتمد اعتماداً كبيراً على الافتراضات الطبيعية والتجانس وهذه التجارب التي سيتم بحث مسالة كيفية تحليلها في هذا البحث عندما تخترق الافتراضات الطبيعية والتجانس بمعنى ان هناك العديد من هذه الحالات حيث الاستجابة غير الطبيعية والتباين غير متجانس.

هدف البحث :-

يهدف البحث الى اجراء تحليلات للتجارب العاملية من النوع $\mathbf{2^n}$ عندما يكون توزع متغير الاستجابة وفق التوزيع الأسي بمعنى (ليس التوزيع الطبيعي). باستخدام طرق بديلة تختلف عن تحليل التباين الشائع والمألوف للتجربة العاملية حيث يتم مقارنة الطرق مع بعضها على اساس توقع طول حدود الثقة **E(LOCI)**.

المبحث الثاني: الجانب النظري

يلقى الضوء في هذا المبحث نظرياً على الجوانب المتعلقة في البحث من حيث بيان اهمية التجربة العاملية تعريفها ، وعرض الطريقة الاحصائية او الاساليب البديلة لها التي يتم بها تحليل بيانات التجربة العاملية من النوع 2^n ، وكما يأتي :

التجربة العاملية[1] [8] :-

التجربة العاملية تعني ادخال اكثر من عامل واحد في التجربة وبما ان كل عامل يحوي عدداً من المستويات فإن المعالجات تتكون من التوافيق الممكنة بين مستويات (Levels) هذه العوامل ويمكن إجراء التجارب العاملية في مجموعة واسعة من التصاميم التجريبية [1] والتي تنظم بطريقة تلائم التصميمات البسيطة وتحليلها احصائياً [8].

العائلة الاسية Exponential Family [10][9][4][14] :-

العائلة الاسية بشكل عام هي مجموعة من التوزيعات الاحتمالية لمتغير معين تضم جميع التوزيعات سواء كانت التوزيعات من النوع المستمر او المنفصل او المختلط، وينسب مفهوم العائلة الاسية ل [14] Pitman E.J.G. وDarmois G. [4] و Koopman B. O. [9] في عام (1935-1936) ، و في بعض الاحيان يتم استخدام مصطلح الفئة الاسية بدلا من العائلة الاسية [10] ، ويمكن كتابة الدالة الاحتمالية او دالة الكثافة الاحتمالية للعائلة الاسية على النحو الاتي :

$f_x(\text{y}/\lambda)$= exp ((x) b(λ) + A (λ) + d(x))   …..(1)

حيث ان d(x) ، A(λ) و b (λ) هي دوال معرفة .

وبما أن توزيع متغير الاستجابة أسي يمكن اثباته بانه من ضمن العائلة الاسية وحسب الصيغة (1) حيث ان :-

$f_x(\text{y}/\lambda)$= exp ((x) b(λ) + A (λ) + d(x))

y~ $exp\ (\lambda)$

دالة التوزيع الاسي (*)

$f(x,\lambda) = \ \lambda\, e^{-\lambda x}$ ……….(2)

اخذ log للدالة

Log $f(y,\lambda)$= log λ – λy

لذلك

y=y

b(λ)= λ

A (λ)=Log λ

متوسط E(y_i) وتباين الدالة var(y_i) يمكن معرفتها حسب الصيغ الاتية:-

من الصيغة (1) حيث ان :-

1- $E(y_i)=\frac{A^{`}(\lambda)}{b^{`}(\lambda)}$ …..(3)

2- $var(y_i)=\frac{b^{``}(\lambda)\,A^{`}(\lambda)-A^{``}(\lambda)\,b^{`}(\lambda)}{b^{`}(\lambda)^3}$ …..(4)

لذلك

$$E(y_i)=\frac{A^{`}(\lambda)}{b^{`}(\lambda)}=\frac{\frac{1}{\lambda}}{1}=\frac{1}{\lambda}$$

$$var(y_i)=\frac{b^{``}(\lambda)\,A^{`}(\lambda)-A^{``}(\lambda)\,b^{`}(\lambda)}{b^{`}(\lambda)^3}=\frac{\left[\left(0*\frac{1}{\lambda}\right)-\left(\frac{(\lambda*0)-(1*1)}{\lambda^2}\right)\right]}{(1)^3}=\frac{1}{\lambda^2}$$

∴ أن دالة التوزيع الاسي ضمن العائلة الاسية .

مصفوفة التصميم Design matrix [2][7][18][15][17]

مصفوفة التصميم هي مصفوفة قيم من المتغيرات المستقلة أو(تسمى بالمتغيرات التفسيرية) في النماذج الإحصائية وغالباً مايرمز لها بـ X والتي تحاول أن تفسر متغير الاستجابة أو(يسمى المتغير التابع) ، والمهم في مصفوفة التصميم انها قادرة على تمثيل عدد من التصاميم التجريبية المختلفة والنماذج الإحصائية [17]. حيث أن مصفوفة X تساوي حسب الصيغة الاتية[15] :-

$\boldsymbol{X_{n*k}=(A,..,A)^{`}}$ **……(5)**

حيث أن

A : تمثل مصفوفة هادمارد المتماثلة (Hadamard matrix) سميت بهذا الاسم على اسم العالم الفرنسي Jacques Hadamard [18].

وهي مصفوفة بسيطة مربعة عناصرها (± 1) وتتميز بأن متجهات الصف والعامود متعامدة [7] . وتم الاعتماد على الصيغة [2] الاتية باعتبارها طريقة معدلة من الباحثة لاستخدمها في مصفوفة هادمارد .

$(-1)^{p+q}$ …. (6)

p :- تمثل عدد التاأثيرات الرئيسة والتفاعلات.

q :- تمثل عدد المعالجات التي تكون داخلة في التفاعل .

أشتقاق دالة التوزيع الاسي لاثباته من ضمن العائلة الاسية [الباحثة

وبذلك يمكن تمثيل المصفوفة للتأثيرات الرئيسية والتفاعلات في التجربة العاملية من نوع 2^n (n=3) في الجدول (1) كالاتي[3] :-

Factorial Effect	(!)	a	b	ab	c	ac	bc	abc
μ	1	1	1	1	1	1	1	1
A	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1
B	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1
C	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1
AB	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1
AC	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
BC	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1
ABC	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1

- من خصائص مصفوفة هادمارد كالاتي :-

1- تكون مصفوفة مربعة .
2-عناصرها (± 1).
3- متجهات الصفوف والاعمدة متعامدة .

- ومن خصائص مصفوفة X كالاتي :-

$1 - XX` = rk * rk$
$2 - X`X = rkI_K - 2$

نموذج الخطي المعمم (GLM) Generalized Linear Model[5][16][12]

قدم النموذج الخطي العام (GLM) من قبل (Nelder and Wedderburn) عام (1972) الذي يعتبر امتداد لمفهوم نموذج الانحدار الخطي[12] عندما يكون متغير الاستجابة لايتبع التوزيع الطبيعي ، وانما يعود الى التوزيعات العائلة الاسية[16] .

ويتم تعريف فكرة GLM من حيث مجموعة من المتغيرات العشوائية $y_1, y_2, \ldots., y_n$ التي تتبع احد التوزيعات العائلة الاسية وحسب الصيغة الاتية[5] :-

$$\boldsymbol{\eta_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \cdots + \beta_p X_{pi}} \quad \ldots\ldots(7)$$

مكونات نموذج الخطي العام Generalized Linear Model components

توجد ثلاث مكونات تحدد GLM .

1 - المكون العشوائي the random component ; ويقصد بالمكون العشوائي هو المكون الذي يحتوي على المتغيرات العشوائية $y_1, y_2, \ldots \ldots y_n$ التي تتبع أحد توزيعات ضمن العائلة الاسية.

2- المكون النظامي The systematic component ; يشمل المتغيرات $x_1, x_2, \ldots \ldots x_p$ التي تنتج من التنبؤ الخطي η ، والذي يفسر علاقته مع المتغيرات التوضيحية ويمكن كتابة الصيغة كالاتي :-

$$\eta = \sum_1^p x_j \beta_j \quad \ldots\ldots(8)$$

3- الربط Link ; ويقصد به الربط مابين مكون العشوائي والمكون النظامي.

$$\mu = \eta$$

وبما ان متغير الاستجابة y في هذا البحث يتبع التوزيع الاسي Exponentially Distributed Response Variable ، يستخدم الربط المقلوب $\eta_i = \mu^{-1}$ ولكن لهذا الرابط عيوب قد يصادف قيم

سلبية للاستجابات المقدرة ولتجنب اخطاء هذا الربط نختار الربط المحول log link وبذلك يكون النموذج بالصيغة ادناه :-

$\eta = log\mu$ ……(9)

أخذ e للطرفين

$\mu_i = e^{\eta}$

ومن معادلة (8) يمكن ان نحصل :

$E(Y_{ij}) = \mu_i = exp\left(X_i^{`}\underline{\beta}\right)$ ………..(10)

<u>التحويل اللوغارتمي log transformation</u> [1][11][13]

ان التحويل اللوغارتمي يعتبر تحويل بسيط في تحليل البيانات الموجبة والمستمرة [13]، ويعتبر وسيلة مريحة لتحويل المتغير الى الحالات اكثر لتقريب الطبيعي [11]

واستخدام التحويل اللوغارتمي للبيانات قبل تحليلها يعود للسببين [1] :

1- في حالة عدم تجانس التباين .

2- تتوزع البيانات توزيع غير طبيعي اي توزيعاً ملتوياً حيث يكون التباين في هذه الحالة عبارة عن دالة متوسط .

وفي كلتا الحالتين ان عملية تحويل البيانات تساعد في تثبيت التباين أو في تقريب البيانات للتوزيع الطبيعي.

حيث يمكن تحويل متغير الاستجابة y كما في الصيغة الاتية :-

$W_{ij} = \log(y_{ij})$ ………… (11)

حيث ان :-

$W_{ij} \sim N(\mu_i, \sigma_w^2)$

صيغة تقدير متغير الاستجابة كالاتي :-

$\hat{y}_{ij} = exp(\bar{w}_{i.}) = (\prod y_{ij})^{1/r} =$ GM

GM :- الوسط الهندسي (Geometric mean)

لاثبات بأن تقدير متغير الاستجابة يساوي الوسط الهندسي كالاتي*:-

$$\therefore\ \hat{y}_{ij} = \bar{y}_{ij}$$

$$\hat{y}_{ij} = exp(\bar{w}_{i.}) \qquad \ldots(12)$$

$$= exp\left[\frac{\sum log\,(y_{ij})}{r}\right]$$

$$= e^{[log\,y_{i1} + log\,y_{i2} + \cdots + log\,y_{ij}\ ]/\,r}$$

$$= \frac{[y_{i1} + y_{i2} + \cdots + y_{ij}]}{r} = \bar{y}_{i.}$$

$$\therefore\ \bar{w}_{ij} = \frac{\sum log\,(y_{ij})}{r} \qquad \ldots..(13)$$

$$= \frac{1}{r}\left[log\,y_{i1} + log\,y_{i2} + \cdots + log\,y_{ij}\ \right]$$

$$= \frac{1}{r}\ log\left[\ y_{i1} * \ y_{i2} * \ldots * \ y_{ij}\ \right]$$

$$= \frac{1}{r}\ log\left[\ \prod_{i=1}^{r} y_{ij}\ \right]$$

$$\therefore \bar{w}_{ij} = log\left[\prod_{i=1}^{r} y_{ij}\right]^{r}$$

$$\therefore\ \hat{y}_{ij} = exp(\bar{w}_{i.}) = exp\left[log\left[\ \prod_{i=1}^{r} y_{ij}\ \right]^{r}\right]$$

$$\therefore\ \hat{y}_{ij} = \left[\ \prod_{i=1}^{r} y_{ij}\ \right]^{r} = \textbf{Geometric mean} \qquad \ldots\ldots(14)$$

حدود الثقة confidence intervals (CI) [15][6]

إن إستخدام الإحصائيين لفترات الثقة هو للتعبير عن الدقة و اليقين لاسلوب عينات معينة ، حيث تعتبر وسيلة مناسبة لتأهل النتائج عينات صغيرة ،وتقدير النسب وفهم التغيرات الكامنه في تلك العينات واستخراج القيمة الحقيقية لمعلمة المجتمع ضمن فترة زمنية معينة %(1- α)100. عندما يكون توزيع متغير الاستجابة طبيعي $W_{ijK} \sim N(\mu_i, \sigma_w^2)$ للبيانات المحولة تكون صيغة حدود الثقة CI وطول حدود الثقة LOCI توقع طول حدود الثقة E(LOCI) في طريقة التحويل اللوغارتمي كالاتي :-

$$CI = \bar{w}_{i.} \pm t_{(n-k),\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{s_w^2}{r}} \quad \ldots\ldots(15)$$

حيث أن :-

$$\bar{w}_{ij} = \frac{\sum log\,(y_{ij})}{r}$$

اذ ان s_w^2 تمثل تباين العينة يمكن حسابها كالاتي :-

$$s_w^2 = \frac{1}{k}\sum_{i=}^{\mathrm{k}} s_i^2 \quad \ldots\ldots(16)$$

$$s_i^2 = \frac{1}{r}\sum_{j=1}^{r}\left(w_{ij} - \bar{w}_{i.}\right)^2 \quad \ldots\ldots(17)$$

أما صيغة طول حدود الثقة كالاتي :-

$$LOCI = \left(\frac{(v^2-1)}{v}\right) exp(\bar{w}_{i.}) \quad \ldots\ldots\ldots(18)$$

حيث أن :-

$$V = \exp(t_{(n-k),\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{s_w^2}{r}})$$

صيغة توقع طول حدود الثقة كالاتي :-

$$E(LOCI) =$$

$$\mu_i \left(= (\exp(\mathrm{t}_{(n-k),\frac{\alpha}{2}}/\sqrt{\mathrm{r}} - \exp(-\mathrm{t}_{(n-k),\frac{\alpha}{2}}/\sqrt{\mathrm{r}})) \ * (\mu_i^{\frac{1}{r}} * \frac{1}{r}\ \Gamma_{\frac{1}{r}})^2 \right) \quad \ldots.(19)$$

$$\mu_i = (X_i^{`}\ \underline{\beta}) \quad \ldots\ldots(20)$$

عندما يكون التوزيع متغير الاستجابة أسي $y_{ijK} \sim exp(\mu_i)$ تكون صيغة حدود الثقة CI وطول حدود الثقة LOCI توقع طول حدود الثقة E(LOCI) في طريقة التحويل اللوغارتمي كالاتي : حيث ان :

$$CI = \overline{Y}_{i.} * exp(\pm Z_{\frac{\alpha}{2}}/\sqrt{r}\,) \quad \ldots\ldots(21)$$

$z_{\frac{\alpha}{2}}$: هو الحد الاعلى لنسبة $100\,\frac{\alpha}{2}$ للتوزيع- الطبيعي للتباين.

اما صيغة طول حدود الثقة للتوزيع الاسي تكون كالاتي :-

$$LOCI = \bar{y}_{i.}\ \left(\exp\left\{z_{\frac{\alpha}{2}} / \sqrt{r}\right\} - exp\left\{-z_{\frac{\alpha}{2}} / \sqrt{r}\right\}\right) \quad \ldots\ldots(22)$$

صيغة توقع طول حدود الثقة كالاتي :-

$$E(LOCI) = \mu_i\ \left(exp\left\{Z_{\frac{\alpha}{2}}/\sqrt{r}\right\} - exp\left\{-\,Z_{\frac{\alpha}{2}}/\sqrt{r}\right\}\right) \quad \ldots\ldots(23)$$

$$\mu_i = exp(X_i^{`}\ \underline{\beta})$$

* تم الأثبات من خلال اشتقاق قامت به الباحثة.

المبحث الثالث :الجانب التطبيقي

سيتم الاعتماد على بيانات تجربة عاملية زراعية من النوع 2^n تم تنفيذها تحوي ثلاث عوامل ولكل عامل مستويين تم تحديد المتغيرات من التجربة الزراعية المنفذة كالاتي :-
Y : صفة عديمة الخصب لنبات الرز والذي يمثل متغير الاستجابة A: العامل الاول والذي يمثل الموعد زراعة نبات الرز والذي يتضمن(a_1 :- يمثل الموعد الاول 6/5)(a_2 :- يمثل الموعد الثاني 6/20) B: العامل الثاني يتمثل بصنف الرز والذي يتضمن (b_1 :- الصنف الاول ويسمى عطري 48)(b_2 :- الصنف الثاني ويسمى عطري 64), C : العامل الثالث مسافة الشتال النبات والذي يتضمن (c_1 : مسافة الشتال الاولى 10 cm)(c_1 :- مسافة الشتال الثانية 15 cm)

التحليل الاحصائي طريقة التحويل اللوغارتمي log transformation

تم تحويل البيانات في الجدول (6) حسب الصيغة (11) الواردة في الجانب النظري، وكانت النتائج التحويل في الجدول (2) ادناه :-

الجدول (2) يوضح نتائج التجربة العاملية لتحويل اللوغارتمي

عامل الاول A	عامل الثالث C / عامل الثاني B	c_1	c_2
a_1	b_1	1.361727836 1.146128036	1.322219295 1.176091259
	b_2	0.954242509 1.204119983	1 1
a_2	b_1	1.361727836 1.322219295	1.568201724 1.301029996
	b_2	1.113943352 0.77815125	1.041392685 0.84509804

1- إيجاد تقدير $\hat{y}_{ij}$

ويتم ايجاد تقدير $\hat{y}_{ij}$ وذلك من خلال الصيغة (12) التي ذكرت في الجانب النظري كالاتي :-

$\hat{y}_{ij} = exp(\overline{w}_{ij})$
$\overline{w}_1 = 1.253927936$
$\overline{w}_2 = 1.24915527$
$\overline{w}_3 = 1.079181246$
$\overline{w}_4 = 1$
$\overline{w}_5 = 1.341973566$
$\overline{w}_6 = 1.43461586$
$\overline{w}_7 = 0.946047301$
$\overline{w}_8 = 0.943245365$

وكانت نتائج $\hat{y}_{ij}$ كالاتي :

$\hat{y}_1$ =exp(1.253927936)= 3.504079762
$\hat{y}_2$ =exp(1.24915527)= 3.487395805
$\hat{y}_3$ =exp(1.079181246)= 2.94226957

$\hat{y}_4$ =exp(1)= 2.718281828
$\hat{y}_5$ =exp(1.341973566)= 3.826588082
$\hat{y}_6$ =exp(1.43461586)= 4.198032067
$\hat{y}_7$ =exp(0.946047301)= 2.5755093
$\hat{y}_8$ =exp(0.943245365)= 2.568302988

2 - حدود الثقة CI وطول حدود الثقة LOCI توقع حدود الثقة E(LOCI)

i- لايجاد حدود الثقة طبقت الصيغ (15) ، (16) ، (17) الواردة في الجانب النظري وكانت النتائج كالاتي :-

$$CI = \exp\left(\bar{w}_{i.} \mp t_{(n-k),\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{S_w^2}{r}} \right.$$

$\bar{w}_1 = 1.253927936$
$\bar{w}_2 = 1.24915527$
$\bar{w}_3 = 1.079181246$
$\bar{w}_4 = 1$
$\bar{w}_5 = 1.341973566$
$\bar{w}_6 = 1.43461586$
$\bar{w}_7 = 0.946047301$
$\bar{w}_8 = 0.943245365$

وكانت النتائج S_i^2 كالاتي :

$S_1^2 = 0.02324163688$
$S_2^2 = 0.01067670145$
$S_3^2 = 0.03121937601$
$S_4^2 = 0$
$S_5^2 = 0.000780462172$
$S_6^2 = 0.03569036612$
$S_7^2 = 0.05637816788$
$S_8^2 = 0.01926579383$

وبذلك يمكن استخراج S_y^2 كالاتي :-

$S_w^2 = 0.02215656307$

$t_{(n-k),\frac{\alpha}{2}} = t_{(16-8),\frac{0.05}{2}} = 2.306$

$t_{(n-k),\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{S_w^2}{r}} = 2.306 * \sqrt{\frac{0.02215656307}{2}} = 0.242714376$

الجدول (3) نتائج حدود الثقة CI

K	Y		UL	LL
1-	1.361727836	1.146128036	4.466666196	2.748934989
2-	1.322219295	1.176091259	4.445399108	2.735846518
3-	0.954242509	1.204119983	3.750524219	2.308197392
4-	1	1	3.465006041	2.132480005
5-	1.361727836	1.322219295	4.877768994	3.001941332
6-	1.568201724	1.301029996	5.351250308	3.293337486
7-	1.113943352	0.778815125	3.283013258	2.020475591
8-	1.041392685	0.84509804	3.273827332	2.014822214

ii- استخراج طول حدود الثقة حسب صيغة (18) وبذلك كانت النتائج كالاتي :-

$$LOCI = ((v^2 - 1)/v)\exp(\overline{w}_i)$$

حيث ان:

$$v = \exp(t_{(n-k),\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{S_w^2}{r}})$$

$$v = \exp\left(2.306 * \sqrt{\frac{0.02215656307}{2}}\right)$$

=2.274704487

الجدول (4) يلخص نتائج حدود الثقة CI وطول حدود الثقة LOCI

k	y		UL	LL	LOCI
1-	1.361727836	1.146128036	4.466666196	2.748934989	1.717731207
2-	1.322219295	1.176091259	4.445399108	2.735846518	1.70955259
3-	0.954242509	1.204119983	3.750524219	2.308197392	1.44232827
4-	1	1	3.465006041	2.132480005	1.332526036
5-	1.361727836	1.322219295	4.877768994	3.001941332	1.875827662
6-	1.568201724	1.301029996	5.351250308	3.293337486	2.057912822
7-	1.113943352	0.778815125	3.283013258	2.020475591	1.262537667
8-	1.041392685	0.84509804	3.273827332	2.014822214	1.259005118

iii- طول المتوقع لحدود الثقة E(LOCI) حسب الصيغة (19) التي ذكرت في الجانب النظري كالاتي:-

$$E(LOCI) = (\exp(t_{(n-k),\frac{\alpha}{2}}/\sqrt{r} - \exp(-t_{(n-k),\frac{\alpha}{2}}/\sqrt{r})) * (\mu_i^{\frac{1}{r}} * \frac{1}{r}\,\Gamma_{\frac{1}{r}})^2$$

$$= 4.91106357*(\ (1.2320)^{\frac{1}{2}} * \frac{1}{2} * 1.77245) = 4.83865063$$

$$= 4.91106357*(\ (1.2680)^{\frac{1}{2}} * \frac{1}{2} * 1.77245) = 4.900937675$$

$$= 4.91106357*(\ (1.0770)^{\frac{1}{2}} * \frac{1}{2} * 1.77245) = 4.516764054$$

$$= 4.91106357*(\ (0.9910)^{\frac{1}{2}} * \frac{1}{2} * 1.77245) = 4.332677663$$

$$= 4.91106357*(\ (1.3710)^{\frac{1}{2}} * \frac{1}{2} * 1.77245) = 5.096103975$$

$$= 4.91106357*(\ (1.4030)^{\frac{1}{2}} * \frac{1}{2} * 1.77245) = 5.155234064$$

$$= 4.91106357*(\ (1.6370)^{\frac{1}{2}}*\frac{1}{2} * 1.77245)= 5.568572683$$

$$= 4.91106357*(\ (0.7080)^{\frac{1}{2}}*\frac{1}{2} * 1.77245)= 3.66214465$$

الجدول (5) نتائج التحويل اللوغارتمي

observtion	Estimate Value	Confidence Interval 95%	LOCI	E(LOCI)
1	3.504079762	(2.748934989,4.466666196)	1.717731207	4.83865063
2	3.504079762	(2.748934989,4.466666196)	1.717731207	4.83865063
3	3.487395805	(4.445399108،2.735846518)	1.70955259	4.900937675
4	3.487395805	(4.445399108،2.735846518)	1.70955259	4.900937675
5	2.94226957	(3.750524219،2.308197392)	1.44232827	4.516764054
6	2.94226957	(3.750524219،2.308197392)	1.44232827	4.516764054
7	2.718281828	(3.465006041،2.132480005)	1.332526036	4.332677663
8	2.718281828	(3.465006041،2.132480005)	1.332526036	4.332677663
9	3.826588082	(4.877768994،3.001941332)	1.875827662	5.096103975
10	3.826588082	(4.877768994،3.001941332)	1.875827662	5.096103975
11	4.198032067	(5.351250308،3.293337486)	2.057912822	5.155234064
12	4.198032067	(5.351250308،3.293337486)	2.057912822	5.155234064
13	2.5755093	(3.283013258،2.020475591)	1.262537667	5.568572683
14	2.5755093	(3.283013258،2.020475591)	1.262537667	5.568572683
15	2.568302988	(3.273827332،2.014822214)	1.259005118	3.66214465
16	2.568302988	(3.273827332،2.014822214)	1.259005118	3.66214465

التحليل الإحصائى ـ طريقة generalized linear models(GLM)

الجدول (6) يوضح التجربة العاملية من نوع 2^3 , r=2

عامل الاول A	عامل الثالث C / عامل الثاني B	c_1	c_2
a_1	b_1	23 14	21 15
	b_2	9 16	10 10
a_2	b_1	23 21	37 20
	b_2	13 6	11 7

1- ايجاد قيمة $\hat{y}_{ij}$

لايجاد قيمة $\hat{y}_{ij}$ وذلك من خلال الصيغة الاتية عندما يكون توزيع متغير الاستجابة اسي

$$y_{ij} \sim exp(\mu_i)$$

$$\therefore\ \hat{y}_{ij} = exp(X_i^{`}\ \underline{\hat{\beta}})$$

حيث أن :-

$X_i^{`}$:- هو الصف i^{th} من A في مصفوفة التصميم X

$\underline{\hat{\beta}}$:- تقدير المعالم المجهولة

$$\underline{\hat{\beta}} = A^{-1}\mathrm{LOG}(\bar{Y}_{ij})$$

$$\therefore X_{n*k} = (\mathrm{A,A})^{`}$$

اذ ان A تمثل Hadamard matrix المتماثلة لتكرار واحد من نوع K*K

a- ولحساب مصفوفة A عندما r=1 من خلال الصيغة الاتية:-

$$(-1)^{p+q}$$

جدول(7) يوضح كيفية حساب المصفوفة A عندما r=1

E T	(!)	a	b	c	ab	ac	bc	abc
A	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1
B	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1
C	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1
AB	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1
AC	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
BC	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1
ABC	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1

وبذلك تكون Hadamard matrix عندما r=1 كالاتي :

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}_{8*8}$$

b-عندما تكون r=2 في التجربة تكون النتائج حسب الجدول ادناه:-

الجدول (8) يوضح كيفية حساب المصفوفة A عندما r=2

المعالجة / التأثير	(!)	a	b	c	ab	ac	bc	abc
A_1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1
B_1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1
C_1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1
A_1B_1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1
A_1C_1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
B_1C_1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1
$A_1B_1C_1$	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1
A_2	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1
B_2	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1
C_2	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1
A_2B_2	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1
A_2C_2	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
B_2C_2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1
$A_2B_2C_2$	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1

وبذلك تكون مصفوفة عندما r=2 كالاتي :-

$$X=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}_{16*8}$$

$$A^{-1*}=$$

$$\begin{bmatrix} 0.1250 & -01.250 & -0.1250 & -0.1250 & 0.1250 & 0.1250 & 0.1250 & -0.1250 \\ 0.1250 & 0.1250 & -0.1250 & -0.1250 & 0.1250 & -0.1250 & 0.1250 & 0.1250 \\ 0.1250 & -0.1250 & 0.1250 & -0.1250 & -0.1250 & 0.1250 & -0.1250 & 0.1250 \\ 0.1250 & -0.1250 & -0.1250 & 0.1250 & -0.1250 & -0.1250 & -0.1250 & 0.1250 \\ 0.1250 & 0.1250 & 0.1250 & -0.1250 & 0.1250 & -0.1250 & -0.1250 & -0.1250 \\ 0.1250 & 0.1250 & -0.1250 & 0.1250 & -0.1250 & 0.1250 & -0.1250 & -0.1250 \\ 0.1250 & -0.1250 & 0.1250 & 0.1250 & -0.1250 & -0.1250 & 0.1250 & -0.1250 \\ 0.1250 & 0.1250 & 0.1250 & 0.1250 & 0.1250 & 0.1250 & 0.1250 & 0.1250 \end{bmatrix}_{8*8}$$

$$\mathrm{Log}(\overline{y}_{i.})=\log\begin{bmatrix} 18.5 \\ 18 \\ 12.5 \\ 10 \\ 22 \\ 28.5 \\ 9.5 \\ 9 \end{bmatrix}_{8*1} = \begin{bmatrix} 1.267 \\ 1.255 \\ 1.097 \\ 1 \\ 1.342 \\ 1.455 \\ 0.978 \\ 0.954 \end{bmatrix}_{8*1}$$

$$=\begin{bmatrix} 0.1250 & -01.250 & -0.1250 & -0.1250 & 0.1250 & 0.1250 & 0.1250 & -0.1250 \\ 0.1250 & 0.1250 & -0.1250 & -0.1250 & 0.1250 & -0.1250 & 0.1250 & 0.1250 \\ 0.1250 & -0.1250 & 0.1250 & -0.1250 & -0.1250 & 0.1250 & -0.1250 & 0.1250 \\ 0.1250 & -0.1250 & -0.1250 & 0.1250 & -0.1250 & -0.1250 & -0.1250 & 0.1250 \\ 0.1250 & 0.1250 & 0.1250 & -0.1250 & 0.1250 & -0.1250 & -0.1250 & -0.1250 \\ 0.1250 & 0.1250 & -0.1250 & 0.1250 & -0.1250 & 0.1250 & -0.1250 & -0.1250 \\ 0.1250 & -0.1250 & 0.1250 & 0.1250 & -0.1250 & -0.1250 & 0.1250 & -0.1250 \\ 0.1250 & 0.1250 & 0.1250 & 0.1250 & 0.1250 & 0.1250 & 0.1250 & 0.1250 \end{bmatrix}_{8*8}$$

$$*\begin{bmatrix} 1.267 \\ 1.255 \\ 1.097 \\ 1 \\ 1.342 \\ 1.455 \\ 0.978 \\ 0.954 \end{bmatrix}_{8*1}$$

$$\underline{\widehat{\beta}} = \begin{bmatrix} 0.0920 \\ -0.0550 \\ 0.0247 \\ -0.0277 \\ 0.0717 \\ 0.0757 \\ -0.0830 \\ 1.1685 \end{bmatrix}_{8*1}$$

$\therefore\ \widehat{Y}_{ij} = 0.0920 - 0.0550\, x_1 + 0.0247\, x_2 - 0.0277\, x_3 + 0.0717\, x_1x_2\ +$
$0.0757\, x_1x_3 - 0.0830x_2x_3\ + 1.1685x_1x_2x_3$

$\widehat{Y}_1 = 1.2672$
$\widehat{Y}_2 = 1.2553$
$\widehat{Y}_3 = 1.0969$
$\widehat{Y}_4 = 1$
$\widehat{Y}_5 = 1.3424$
$\widehat{Y}_6 = 1.4548$
$\widehat{Y}_7 = 0.9777$
$\widehat{Y}_8 = 0.9542$

2- ايجاد حدود الثقة CI وطول حدود الثقة LOCI توقع طول حدود الثقة E(LOCI)

i- ايجاد حدود الثقة CI وحسب الصيغة (21) الواردة في الجانب النظري كالاتي :-

CI $=\overline{Y}_{i.} * exp(\pm Z_{\frac{\alpha}{2}}/\sqrt{r})$

exp $(Z_{\frac{0.05}{2}}\sqrt{2})$= exp(1.96/$\sqrt{2}$) $= 3.999$

exp $(Z_{\frac{0.05}{2}}\sqrt{2})$= exp(-1.96/$\sqrt{2}$) $= 0.25$

الجدول (9) نتائج حدود الثقة CI

K	Y		UL	LL
1-	23	14	73.98	4.625
2-	21	15	71.98	4.5
3-	9	16	49.99	3.125
4-	10	10	39.99	2.5
5-	23	21	87.978	5.5
6-	37	20	113.97	356.25
7-	13	6	37.99	2.375
8-	11	7	35.99	2.25

ii- استخراج طول حدود الثقة LOCI حسب صيغة (22) وبذلك كانت النتائج كالاتي :-

LOCI = $\overline{Y}_{i.}\ \left(exp\left\{Z_{\frac{\alpha}{2}}/\sqrt{r}\right\} - exp\left\{-Z_{\frac{\alpha}{2}}/\sqrt{r}\right\}\right)$

جدول (10) يلخص نتائج حدود الثقة CI وطول حدود الثقة LOCI

k	y		UL	LL	LOCI
1-	23	14	73.98	4.63	69.35
2-	21	15	71.98	4.5	67.48
3-	9	16	49.99	3.13	46.86
4-	10	10	39.99	2.5	37.49
5-	23	21	87.98	5.5	82.43
6-	37	20	113.97	7.13	106.84
7-	13	6	37.99	2.38	35.61
8-	11	7	35.99	2.25	33.74

c- توقع حدود الثقة E(LOCI) وحسب الصيغة (23) كانت النتائج كالاتي :-

$$E(LOCI)=\mu_i\ \left(exp\left\{Z_{\frac{\alpha}{2}}/\sqrt{r}\right\}-exp\left\{-Z_{\frac{\alpha}{2}}/\sqrt{r}\right\}\right)$$

$$E(LOCI)=\mu_i\ (3.7484)$$

$$\mu_i\ =exp(X_i^{`}\ \underline{\beta}$$

$$\left(X_i^{`}\ \underline{\boldsymbol{\beta}}\right)=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}_{16*8} * \begin{bmatrix} 0.0920 \\ -0.0550 \\ 0.0247 \\ -0.0277 \\ 0.0717 \\ 0.0757 \\ -0.0830 \\ 1.1685 \end{bmatrix}_{8*1}$$

$$\left(X_i^{`}\,\underline{\beta}\right)=\begin{bmatrix}1.2672\\1.2553\\1.0969\\1\\1.3424\\1.4548\\0.9777\\0.9542\\1.2672\\1.2553\\1.0969\\1\\1.3424\\1.4548\\0.9777\\0.9542\end{bmatrix}_{16*1}$$

$$\mu_i=exp\begin{bmatrix}1.2672\\1.2553\\1.0969\\1\\1.3424\\1.4548\\0.9777\\0.9542\\1.2672\\1.2553\\1.0969\\1\\1.3424\\1.4548\\0.9777\\0.9542\end{bmatrix}_{16*1}=\begin{bmatrix}3.5509\\3.5089\\2.9949\\2.7183\\3.8282\\4.2836\\2.6583\\2.5966\\3.5509\\3.5089\\2.9949\\2.7183\\3.8282\\4.2836\\2.6583\\2.5966\end{bmatrix}_{16*1}$$

$\therefore$ E(LOCI)= $\mu_i\,(3.7484)$

جدول (11) يوضح نتائج GLM

observtion	Estimate value	Confidence Interval 95%	LOCI	E(LOCI)
1	1.2672	(73.98 , 4.63)	69.35	14.051
2	1.2672	(73.98 , 4.63)	69.35	14.051
3	1.2553	(71.98, 4.5)	67.48	13.153
4	1.2553	(71.98, 4.5)	67.48	13.153
5	1.0969	(49.99 ، 3.13)	46.86	11.226
6	1.0969	(49.99 ، 3.13)	46.86	11.226
7	1	(39.99 , 2.5)	37.49	10.189
8	1	(39.99 , 2.5)	37.49	10.189
9	1.3424	(87.98 ، 5.5)	82.43	14.350

10	1.3424	(87.98 ، 5.5)	82.43	14.350
11	1.4548	(113.97 ، 7.13)	106.84	16.057
12	1.4548	(113.97 ، 7.13)	106.84	16.057
13	0.9777	(37.99 ، 2.38)	35.61	9.964
14	0.9777	(37.99 ، 2.38)	35.61	9.964
15	0.9542	(35.99 ، 2.25)	33.74	9.733
16	0.9542	(35.99 ، 2.25)	33.74	9.733

المبحث الرابع: الاستنتاجات والتوصيات

الاستنتاجات Conclusions

1-نستنتج أن طريقة LOG transformation و طريقة GLM تعتمد على قيمة معينة من μ_i من مكونات قيم μ في توقع طول حدود الثقة E(LOCI) .

2- نستنتج أن نتائج طريقة LOG transformation أفضل من GLM عند r=2 حيث ان نتائج E(LOCI) للطريقة GLM اكبر من نتائج التي سجلت في طريقة LOG transformation

3- نستنتج ان اختبار t ضمن طريقة LOG transformation يعد افضل من طريقة GLM ضمن نطاق الموضوع .

التوصيات Recommendations

1- نوصي بإستخدام طريقة LOG transformation عند r=2 في التجربة العاملية من النوع 2^3 باعتباره افضل طريقة عند تحويل البيانات الى التوزيع الطبيعي وتحليلها ، وكذلك استخدام طريقة GLM

2- نوصي تحليل التجربة عند r=3 لمعرفة أي من الطريقتين : LOG transformation و GLM تتفوق على الاخرى .

3- نوصي بتنويع مجال الاستخدام كأن يكون في المجال الصناعي او الطبي في حالة تيسر البيانات الملائمة التي تخدم الجانب التطبيقي .

المصادر

أولا:المصادرالعربية

1- الآمام ، محمد محمد الطاهر (1994)،" تصميم وتحليل التجارب "، دار المريخ للنشر. الرياض . المملكة العربية السعودية ، .

2- المشهداني ،كمال علوان (2010)،"تصميم وتحليل التجارب بإستخدام الحاسوب "، الدار الجامعية للنشر.بغداد ، العراق

ثانياً :المصادر الاجنبية

[3]-Brenton R. Clarke , (2008) ", Linear Models The Theory and Application of Analysis or Varians ," WILEY A JOHN WILEY & SONS , INC , PUBLICATION .

[4]-Darmois, G. (1935) , "Sur les lois de probabilites aestimation exhaustive", C.R. Acad. Sci.Paris (in French) 200: [5]-Heather Turner (2008) ," Introduction to Generalized Linear Models", ESRC National Centre for

Research Methods, UK and Department of Statistics University of Warwick, UK WU,– 04–22-24 1265–1266
[6]-Jeff Sauro and James R.Lewis , (2005) ",Estimating from Completion Rates Small Samples Using Binomial Confidence Intervals:Comparisons and Recommendation," proceedings of human factors and ergonomics society 49th annual meeting .
[7]- Jennifer Seberry & Beata J. Wysocki & Tadeusz A. Wysocki (2005)," On some applications of Hadamard matrices ",Metrika, 62, 221-239
[8]Klaus Hinkelmann & Oscar Kempthorne (2008) ," Design and Analysis of Experiments ", Volume1Introduction to Experimental Design Second Edition John Wiley & Sons. Inc. All rights reserved
[9]-Koopman ,B ,(1936) ",On distribution admitting asufficient statistic ," Transactions the American Mathematical Socitey (Transactions of the American Mathematical Society , Vol. 39, No.3)39 (3)
[10]- Kupperman, M. (1958) "Probabilities of Hypotheses and Information-Statistics in Sampling from Exponential-Class Populations", Annals of Mathematical Statistics, 9 (2), 571
[11]-Kenneth Benoit (2011) ," Linear Regression Models with Logarithmic Transformations ", Methodology Institute London School of Economics March17
[12]- Marlene muller , (2004) ", Generalized Linear Models ," P.O. Box 3049, D–67663 Kaiserslautern (Germany) January 6
[13]- OLIVER N. KEENE (1995) ," THE LOG TRANSFORMATION IS SPECIAL ", STATISTICS IN MEDICINE, VOL. 14,811-819 http://rds.epi-ucsf.org/ticr/syllabus/courses/25/2009/04/21/Lecture/readings/log.pdf
[14]- Pitman, E.; Wishart, J. (1936). "Sufficient statistics and intrinsic accuracy". Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society 32 (4): 567–579
[15]-S. C. Patil & H. V. Kulkarni (2011) ," Analysis of 2n Factorial Experiments with Exponentially Distributed Response Variable ", Applied Mathematical Sciences, Vol. 5, , no. 10, 459 – 476 .
[16]- Zakaria Y. AL-Jammal (2009), " The Prediction of the Maternal and Fetal Blood Lead Level via Generalized Linear Model ", Iraqi Journal of Statistical Science (15) p.p. [1-16]

ثالثاً: مواقع الانترنت

[17]- http://en.wikipedia.org/wiki/Design_matrix
[18]- http://en.wikipedia.org/wiki/Hadamard_matrix