

بعض الخواص النووية لنظائر الجرمانيوم $^{68,70,72}\text{Ge}$ ذات التناظر الديناميكي $U(5)$ باستخدام نموذج IBM-1

علي عبد الوهاب رضا
جامعة ذي قار - كلية العلوم - قسم الفيزياء

الخلاصة

أستخدم نموذج البوزونات المتفاعلة الأول (IBM-1) في البحث الحالي لدراسة بعض الخواص النووية لنظائر الجرمانيوم ^{32}Ge ($A=68,70,72$) ذي الحركة الإهتزازية للتناظر الديناميكي $U(5)$. لقد وجد بأن هذه النظائر تنتمي الى التناظر الديناميكي $U(5)$ بمقارنة مستويات الطاقة العملية بالمخطط المثالي للتناظرات الديناميكية الثلاث $SU(3)$, $O(6)$, $U(5)$ وكذلك مقارنة نسب الطاقات $E(8_1^+)/E(2_1^+)$, $E(6_1^+)/E(2_1^+)$, $E(4_1^+)/E(2_1^+)$ مع القيم المثالية لهذه التناظرات. وبعدها جرى حساب مستويات الطاقة وانتقالاتها لهذه النظائر بالإعتماد على العدد الكلي للبوزونات (N)، كما وتم قياس الانتقالات الكهربائية رباعية القطب $B(E2)$ وعناصر المصفوفة المختزلة $T(E2)$ والعزوم الكهربائية رباعية القطب Q_1 لمستويات الحالة الأرضية التي تعد مقياساً للتشوهات النووية. ثم قورنت النتائج الحالية مع القيم العملية المتوفرة فكانت متوافقة بشكل جيد.

المقدمة

والتي تمتلك خواص نووية محددة Deshalit and Feshbach (1974).

أما نموذج البوزونات المتفاعلة الأول (IBM-1) (1) فيعالج حركة النيوكليونات داخل النواة على أساس أنها حركة مجموعة من الجسيمات المزدوجة تدعى بالبوزونات (Bosons) والتي تمثل أزواج من البروتونات او النيوترونات الموجودة خارج اقرب قشرة مغلقة (Arima and Iachello (1987). لقد وجد بأن الأصدار الأول من نموذج البوزونات المتفاعلة يمتاز بمعالجة النظائر الزوجية - زوجية ذات التماثل الموجب (positive parity)^(٧) والتي تنتمي إلى المجموعة الاهتزازية المتمثلة بالتناظر الديناميكي $U(5)$ والتناظر

يعتبر نموذج (IBM-1) الذي أقترح من قبل (Arima A. and Iachello F. 1974) أحد النماذج النووية الحديثة التي نجحت في ايجاد معظم الخواص النووية، إذ يعطي قيم نظرية جيدة مقارنة للقيم العملية وإمكانيته في تفسير انحلال المستويات النووية المتهيجة والتي تؤدي إلى انبعاث أشعة كاما (Bonatsos (1988)، إذ يتناول نموذج القشرة (Shell Model) حركة الجسيم الواحد المتهيج لذا تم من خلاله ايجاد الأعداد الثابتة للنيوكليونات داخل الأغلفة المغلقة والتي تسمى بالأعداد السحرية للنيوكليونات (Magic Numbers) وهي (2,8,20,28, 50, 82, 126,...)

للتشوهات النووية، ويمكن كتابته بالشكل التالي
:Bonatsos (1988)

$$Q_1 = \sqrt{\frac{16\pi}{5}} \begin{pmatrix} I & 2 & I \\ -I & 0 & I \end{pmatrix} \langle I_f \| \hat{T}^{(E2)} \| I_f \rangle \dots (4)$$

النتائج والمناقشة:

في البداية صنفنا جميع نظائر الجرمانيوم ومن ثم اختيار النظائر التي تنتمي للتناظر الديناميكي U(5) حسب نموذج IBM-1 لأنجاز البحث الحالي وتم مقارنة قيم نسب الطاقة $E(6_1^+)/E(2_1^+)$, $E(8_1^+)/E(2_1^+)$, $E(4_1^+)/E(2_1^+)$ مع القيم العملية والمثالية وكذلك مقارنة ترتيب مستويات الطاقة مع الشكل المثالي للتناظرات الديناميكية U(5), O(6), SU(3) وكما مبين في الجدول (1)، حيث أن لكل تناظر ديناميكي معادلة خاصة به لإيجاد دالة المؤثر الهاملتوني والمستخدم في حساب مستويات الطاقة ونسبها وانتقالات كما.

يوضح الجدول (2) عدد البوزونات الكلية (N) العائدة لنظائر الجرمانيوم والذي يساوي مجموع البوزونات نوع $\square\square\square\square\square$ والمعتمدة على العدد الكلي، إذ يمتلك النظير ^{70}Ge خمسة بوزونات نيوترونية N_0 بينما النظير ^{72}Ge يمتلك خمسة فجوات (holes). كما ويوضح اعلومات معادلة الدالة الهاملتونية (المعادلة 1) المستخدمة لحساب مستويات الطاقة وانتقالاتها واعلومات الانتقالات الكهربائية رباعية القطب اللازمة لإيجاد قيم $\hat{T}^{(E2)}$, $B(E2)$, Q_1 (المعادلات 4,3,2) المستخدمة في البرنامج IBM-1. IBS1.For حسب نموذج IBM-1.

يلاحظ من الشكل دورية في الارتفاع والانخفاض بين هذه المستويات التي تمثل أهم الانتقالات.

الديناميكي O(6) حسب نموذج (IBM-1) Rowe (1970).

إن برنامج (IBS1. For) المستخدم في هذا البحث والذي يعتبر أحد أهم برامج نموذج (IBM-1) يقوم بحساب القيم الذاتية (eigen values) والمتجهات الذاتية (eigen vectors) والانتقالات الكامية لمستويات النووية وذلك من خلال اعلومات خاصة بدالة هاملتون. أما برنامج IBMT.For فيقوم بإيجاد الانتقالات الكهربائية رباعية القطب وعناصر المصفوفة المختزلة لها وقيم العزوم الكهربائية معتمداً على القيم الذاتية التي يحصل عليها ضمن النموذج وذلك من خلال استخدام المعادلات الموضحة في الجزء النظري.

الجزء النظري:

مؤثر دالة هاملتون وفق نموذج (IBM-1) بالنسبة للتناظر الديناميكي U(5) يكتب بدلالة مؤثرات التوليد (الخلق) والفساء (Creation and Annihilation operators) بالشكل التالي (Bonatsos 1988):

$$\hat{H} = \varepsilon \hat{n}_d + a_1 \hat{I}^2 + a_3 \hat{T}_3^2 + a_4 \hat{T}_4^2 \dots (1)$$

حيث أن: ε , a_1 , a_3 , a_4 اعلومات تستخدم في نموذج (IBM-1) لحساب دالة هاملتون، مؤثر الانتقالات الكهربائية رباعية القطب $\hat{T}^{(E2)}$ حسب نموذج (IBM-1) يكتب بالشكل التالي (Casten and Warner 1988):

$$\hat{T}^{(E2)} = \alpha_2 \left[\hat{d}^+ \times \hat{s} + \hat{s}^+ \times \hat{d} \right]_{\mu}^{(2)} + \beta_2 \left[\hat{d}^+ \times \hat{d} \right]_{\mu}^{(2)} \dots (2)$$

حيث أن: α_2 يمثل اعلومة الشحنة المؤثرة للبوزون (effective charge of boson).

β_2 هو اعلومة تأثير حدود الجسيم الواحد (boson).

أما عن احتمالية الانتقالات الكهربائية رباعية القطب B(E2) فيمكن حسابها من خلال عناصر المصفوفة المختزلة $\hat{T}^{(E2)}$ وحسب المعادلة التالية (Arima and Iachello 1987):

$$B(E2; I_f \rightarrow I_f) = \frac{1}{2I_f+1} \left| \langle I_f \| \hat{T}^{(E2)} \| I_f \rangle \right|^2 \dots (3)$$

إن عزم رباعي القطب الكهربائي (Q1 Electric) (Quadrupole Moment) يعتبر مقياس مهم

النظير Ge-70 وبدورها أكبر من النظير Ge-72، كما ويبين التطابق الجيد بين المنحنيات النظرية والعملية لهذه النظائر.

جدول (3): مستويات الطاقة النظرية وانتقالاتها ومقارنتها مع القيم العملية (Sakai (1984) لنظائر الجرمانيوم باستخدام برنامج IBS1.For.

Isotope	I ⁺	Energy Levels (MeV)		I ⁻	I ⁻	Transition Energy (MeV)	
		EXP.	IBM-1			EXP.	IBM-1
Ge-68	0 ⁺	0.0000	0.0000				
	2 ⁺	1.0158	0.9622	2 ₁ ⁻	0 ₁ ⁻	1.0158	0.9622
	0 ⁺	1.7530	1.5007	0 ₂ ⁻	2 ₁ ⁻	0.7372	0.5385
	2 ⁺	1.7779	1.8325	2 ₂ ⁻	2 ₁ ⁻	0.7621	0.8703
				2 ₂ ⁻	0 ₁ ⁻	1.7779	1.8325
	4 ⁺	2.2679	2.1404	4 ₁ ⁻	2 ₁ ⁻	0.4900	0.3079
				4 ₁ ⁻	2 ₂ ⁻	1.2521	1.1782
	3 ⁺	2.4288	2.8748	3 ₁ ⁻	4 ₁ ⁻	0.1609	0.7344
				3 ₁ ⁻	2 ₁ ⁻	0.6509	1.0423
	0 ⁺	2.6170	2.6109	0 ₂ ⁻	2 ₁ ⁻	0.8391	0.7784
				0 ₂ ⁻	2 ₂ ⁻	1.6012	1.6487
	4 ⁺	2.8340	3.0507	4 ₂ ⁻	4 ₁ ⁻	0.5661	0.9103
				4 ₂ ⁻	2 ₁ ⁻	1.0561	1.2182
				4 ₂ ⁻	2 ₂ ⁻	1.8182	2.0885
	2 ⁺	2.9400	2.4631	2 ₂ ⁻	3 ₁ ⁻	0.5132	0.0343
				2 ₂ ⁻	4 ₁ ⁻	0.6741	0.3227
				2 ₂ ⁻	2 ₁ ⁻	1.1641	0.6306
	2 ⁺	3.0200	3.3336	2 ₂ ⁻	2 ₂ ⁻	0.0830	0.8705
				2 ₂ ⁻	0 ₁ ⁻	0.4080	0.7227
	0 ⁺	3.2040	3.0019	0 ₂ ⁻	2 ₁ ⁻	1.4261	1.1694
	2 ⁺	3.5250	3.6932	2 ₂ ⁻	0 ₁ ⁻	0.9080	1.0823
				2 ₂ ⁻	3 ₁ ⁻	1.0962	0.8184
	4 ⁺	3.6040	3.6414	4 ₂ ⁻	2 ₁ ⁻	0.6620	1.1783
				4 ₂ ⁻	4 ₁ ⁻	0.7700	0.5907
	6 ⁺	3.6960	3.5346	6 ₁ ⁻	4 ₁ ⁻	0.8620	0.4839
				6 ₁ ⁻	4 ₂ ⁻	1.4281	1.3942
	2 ⁺	3.8110	3.9644	2 ₂ ⁻	2 ₂ ⁻	0.7860	0.6308
	4 ⁺	4.0210	4.0011	4 ₂ ⁻	4 ₂ ⁻	1.1870	0.9504
	0 ⁺	4.0780	4.1122	0 ₂ ⁻	2 ₁ ⁻	1.1360	1.6491
	5 ⁺		4.2210	5 ₁ ⁻	6 ₁ ⁻		0.6864
			5 ₁ ⁻	4 ₁ ⁻		2.0806	
2 ⁺	4.3220	4.6837	2 ₂ ⁻	2 ₂ ⁻	0.7970	0.9905	
0 ⁺	4.3580	4.5034	0 ₂ ⁻	2 ₁ ⁻	1.3330	1.1698	
3 ⁺		4.3761	3 ₁ ⁻	3 ₁ ⁻		1.5013	
6 ⁺	4.4550	4.4850	6 ₂ ⁻	6 ₁ ⁻	0.7590	0.9504	
			6 ₂ ⁻	4 ₁ ⁻	1.6210	1.4343	
4 ⁺		4.5520	4 ₂ ⁻	2 ₁ ⁻		2.7195	
2 ⁺		4.8351	2 ₂ ⁻	2 ₂ ⁻		3.0026	
4 ⁺		4.9916	4 ₂ ⁻	4 ₂ ⁻		0.9905	
6 ⁺		5.0359	6 ₂ ⁻	6 ₁ ⁻		1.5013	
8 ⁺		5.1447	8 ₁ ⁻	6 ₁ ⁻		1.6101	
5 ⁺		5.2115	5 ₂ ⁻	5 ₁ ⁻		0.9905	
6 ⁺		5.4754	6 ₂ ⁻	6 ₂ ⁻		0.9904	
0 ⁺		5.5822	0 ₂ ⁻	2 ₁ ⁻		1.8890	
5 ⁺		5.7226	5 ₂ ⁻	5 ₁ ⁻		1.5016	

جدول (1): قيم نسب الطاقات $E(4_1^+)/E(2_1^+)$ ، $E(8_1^+)/E(2_1^+)$ ، $E(6_1^+)/E(2_1^+)$ النظرية ومقارنتها مع القيم العملية Lederer et al, (1978) والمثالية Arima and Iachello (1987) حسب نموذج (IBM-1).

Dynamical Symmetry	$E(4_1^+)/E(2_1^+)$	$E(6_1^+)/E(2_1^+)$	$E(8_1^+)/E(2_1^+)$			
U(5)	2	3	4			
O(6)	2.5	4.5	7			
SU(3)	3.33	7	12			
Isotope	Exp.	IBM-1	Exp.	IBM-1	Exp.	IBM-1
Ge-68	2.2326	2.2245	3.6410	3.6735	4.7100	5.3468
Ge-70	2.0713	2.1393	3.1719	3.4179	4.2632	4.8358
Ge-72	2.0683	2.1982	2.7110	3.5979	—	5.1960

جدول (2): عدد البوزونات وقيم معلومات مؤثر دالة هاملتون ومعلومات الانتقالات الكهربائية رباعية القطب لنظائر الجرمانيوم المستخدمة في برامج نموذج IBM-1.

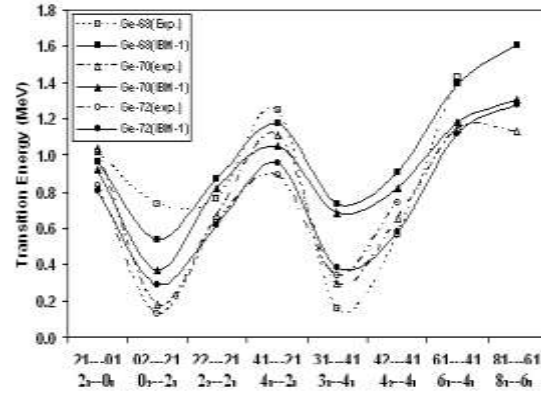
Isotope	N_z	N_x	N	EPS (MeV)	$\lambda_1 \lambda_1$ (MeV)	$\lambda_2 \lambda_2$ (MeV)	$\lambda_3 \lambda_3$ (MeV)	$\lambda_4 \lambda_4$ (MeV)	α_2 (eb)	β_2 (eb)
Ge-68	2	4	6	0.7500	0.0260	0.0400	0.0001	1.19800	-0.03240	
Ge-70	2	5	7	0.9000	0.0153	0.0400	-0.0700	1.21480	-0.04100	
Ge-72	2	5	7	0.8000	0.0201	0.0051	-0.0701	1.36140	-0.06100	

يبين الجدول (3) القيم التي تم الحصول عليها لمستويات الطاقة وانتقالاتها كما ومقارنتها مع القيم العملية، ويشير الشكل (1) الى العلاقة بين طاقة المستويات والزخم الزاوية للحالة الأرضية وبعض المستويات المنخفضة التي تؤثر في التشوهات النووية. وبمقارنة المنحنيات يتضح التطابق الكبير بين القيم التي تم الحصول عليها حسب نموذج IBM-1 لنظائر الجرمانيوم في البحث الحالي والقيم العملية.

أما الشكل (2) فيبين العلاقة بين طاقات كما الناتجة من انتقال النيوكليونات بين المستويات المشار إليها في المحور X، حيث واعلى قيمة كانت بين المستوي 81-61 -- وهذا متوقع لانه يمثل أعلى مستوي أرضي إذ أن هنالك تدرج في الأرتفاع بين المستويات 01---21 و 21---41 و 41---61، يتضح من الشكل أيضاً ان طاقات انتقالات كما للنظير Ge-68 كانت اكبر منها في

جدول (4): القيم النظرية لـ $\langle I_f || \hat{T}^{(E2)} || I_i \rangle$ و $B(E2)$ (Pramana (2005) و مقارنتها مع القيم العملية (Lederer (1978) المتوفرة لنظائر الجرمانيوم باستخدام برنامج . IBM.T.For

Isotopes	Spin sequences	E (MeV)		IBM-1		Exp.
		Exp.	IBM-1	$\langle I_f \hat{T}^{(E2)} I_i \rangle$ (e)	$B(E2)$ (e ²)	
Ge-68	2 ₁ ⁺ 0 ₁ ⁺	1.0158	0.9622	6.5617	0.8611×10^{-1}	2.9 (3)
	0 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺	0.7372	0.5385	3.7884	0.1435×10^{-2}	14.3 ± 0.4
	2 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺	0.7621	0.8703	8.4711	0.1435×10^{-2}	0.08 (3)
	2 ₁ ⁺ 0 ₁ ⁺	1.7779	1.8325	0.0000	0.0000	
	4 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺	0.4900	0.3079	-0.0555	0.3428×10^{-3}	
	4 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺	1.2521	1.1782	11.3652	0.1435×10^{-1}	2.29 (30)
	3 ₁ ⁺ 4 ₁ ⁺	0.1609	0.7344	-5.8690	0.4921×10^{-1}	
	3 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺	0.6509	1.0423	9.2797	0.1230×10^{-2}	
	0 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺	0.8391	0.7784	4.1500	0.1722×10^{-2}	
	0 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺	1.6012	1.6487	0.0000	0.0000	
	4 ₁ ⁺ 4 ₁ ⁺	0.5661	0.9103	8.5913	0.8201×10^{-1}	
	4 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺	1.0561	1.2182	9.0106	0.9021×10^{-1}	
	4 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺	1.8182	2.0885	0.0000	0.0000	
	2 ₁ ⁺ 3 ₁ ⁺	0.5132	0.0343	-0.0949	0.1800×10^{-2}	
	2 ₁ ⁺ 4 ₁ ⁺	0.6741	0.3227	5.4336	0.5905×10^{-1}	
	2 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺	1.1641	0.6306	4.0500	0.3280×10^{-1}	
	2 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺	0.0830	0.8705	7.4403	0.1107×10^{-2}	
	2 ₁ ⁺ 0 ₁ ⁺	0.4080	0.7227	1.6942	0.5741	
	0 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺	1.4261	1.1694	0.0000	0.0000	
	2 ₁ ⁺ 0 ₁ ⁺	0.9080	1.0823	5.6191	0.6315×10^{-1}	
	2 ₁ ⁺ 3 ₁ ⁺	1.0962	0.8184	6.2824	0.7894×10^{-1}	
	4 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺	0.6620	1.1783	9.9822	0.1107×10^{-2}	
	4 ₁ ⁺ 4 ₁ ⁺	0.7700	0.5907	3.5074	0.1367×10^{-1}	
	6 ₁ ⁺ 4 ₁ ⁺	0.8620	0.4839	-0.0922	0.6544×10^{-3}	
6 ₁ ⁺ 4 ₁ ⁺	1.4281	1.3942	14.9630	0.1722×10^{-2}		
5 ₁ ⁺ 4 ₁ ⁺		0.6864	-6.6917	0.4071×10^{-1}		
5 ₁ ⁺ 4 ₁ ⁺		2.0806	0.0000	0.0000		
6 ₁ ⁺ 6 ₁ ⁺	0.7590	0.9504	8.4403	0.5480×10^{-1}		
6 ₁ ⁺ 4 ₁ ⁺	1.6210	1.4343	12.3553	0.1174×10^{-2}		
4 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺		2.7195	0.0000	0.0000		
2 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺		1.5015	0.0000	0.0000		
8 ₁ ⁺ 6 ₁ ⁺		1.6101	17.1109	0.1722×10^{-2}		
12 ₁ ⁺ 10 ₁ ⁺		2.0421	14.6724	0.8611×10^{-1}		
Ge-70	2 ₁ ⁺ 0 ₁ ⁺	1.0396	0.9218	7.1869	0.1033×10^{-2}	3.6 (4)
	0 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺	0.1764	0.3742	4.2082	0.1771×10^{-2}	17.9 ± 0.3
	2 ₁ ⁺ 0 ₁ ⁺	0.4920	0.4478	-0.0820	0.1345×10^{-2}	
	2 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺	0.6684	0.8220	9.4098	0.1771×10^{-2}	4.97
	4 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺	0.4483	0.2282	-0.0703	0.5489×10^{-3}	
	4 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺	1.1137	1.0502	12.6246	0.1771×10^{-2}	1.89 (34)
2 ₁ ⁺ 4 ₁ ⁺	0.0037	0.1018	6.1602	0.7590×10^{-1}		



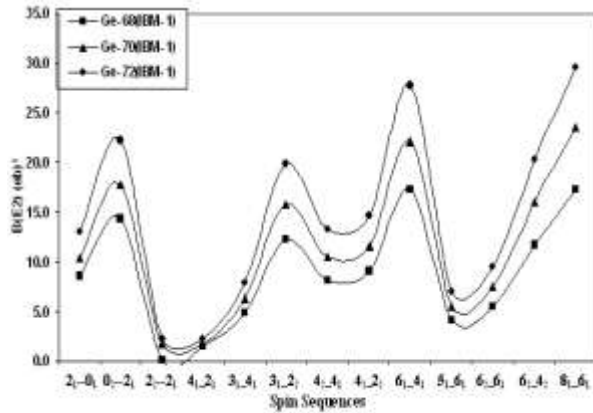
شكل (٣): مقارنة طاقات كالمع المستويات الأيونية والنهائية نظرية والعملية لنظائر الجرمانيوم.

من خلال الجدول (٤) تلاحظ المستويات النووية التي يحدث بينها الانتقال الكهربائي رباعي القطب $B(E2)$ مع قيم هذه الانتقالات وعناصر المصفوفة المختزلة لها مع وجود طاقة أشعة كما المنبعثة منها ومقارنتها مع القيم العملية المتوفرة وقد لوحظ بعض الفروقات في بعض القيم النظرية بسبب اعتماد قيم $B(E2)$ على القيم الذاتية المستخرجة من برنامج IBS1.For. إذ يوضح الشكل (٣) ان الانتقال $21^+ \rightarrow 22^+$ يمثل أقل الانتقالات الكهربائية حدوثاً وذلك للاحتمالية العالية عنده في حدوث الانتقال المغناطيسي ثنائي القطب بينما توجد احتمالية عالية ومنخفضة لمستويات أخرى في حدوث الانتقال الكهربائي رباعي القطب إذ أن الانخفاض يحدث بين المستويات الفردية 31^+ , 51^+ وهذا متوقع كون النظائر تنتمي للتناظر الديناميكي الأهتزازي $U(5)$.

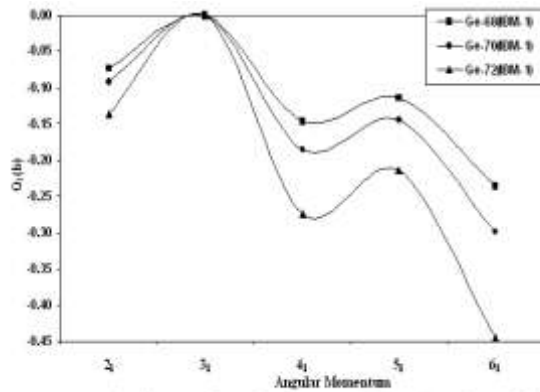
ويبين الجدول (٥) العزوم الكهربائية رباعية القطب QI الناتجة في المستويات الأرضية والتي تم حسابها من نفس البرنامج (IBM.T.For) والذي يعتبر عاملاً مهماً في التشوهات النووية وقد وجد بأن جميع قيمها كانت سالبة وصغيرة مقارنة بنوى أخرى تنتمي إلى التناظر الديناميكي $SU(3)$ وهذا يدل على أن نظائر الجرمانيوم ($68,70,72Ge$) تكون ذات شكل بيضوي مفلطح قليل التشوه، إذ أن النوى ذات الشكل البيضوي المتطاوول (Prolate) تمتلك عزماً كهربائياً موجباً ($QI > 0$) بينما النوى ذات الشكل البيضوي المفلطح (Oblate) تمتلك عزماً كهربائياً سالباً ($QI < 0$) (Meyerhof (1967)، وهذا ما يوضحه الشكل (٤) حيث يبين بان أعلى تشوه يحدث في المستوي 61^+ وأقل تشوه كان في المستوي 31^+ الذي يقارب القيمة الصفرية.

جدول (5): قيم العزم الكهربية رباعية القطب لمستويات الحالة الارضية ومقارنتها مع القيم العملية (Raghavan (1989) باستخدام برنامج (IBMT).

Q_T (barn)	Ge-68	Ge-70	Ge-72
2_1	-0.7245×10^{-1} Exp= -0.07 ± 0.05	-0.9168×10^{-1} Exp= -0.09 ± 0.06	-0.1364 Exp= -0.13 ± 0.06
3_1	-0.1296×10^{-4}	-0.1640×10^{-3}	-0.2440×10^{-3}
4_1	-0.1456	-0.1843	-0.2742
5_1	-0.1134	-0.1435	-0.2136
6_1	-0.2363	-0.2990	-0.4448



شكل (٣): علاقة قيم B(E2) مع الانقلابات بين المستويات النووية حسب نموذج (IBM-1).



شكل (٤): علاقة العزم الكهربية رباعية القطب Q_T بالزخم الزاوي للمستويات الأرضية حسب نموذج IBM-1.

Isotopes	Spin sequences	E (MeV)		IBM-1		Exp.
		Exp.	IBM-1	$\langle I_i T^{(E=2)} I_i \rangle$ (eb)	B(E2) (eb) ²	
2 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺		0.4400	0.3300	4.5915		0.4216×10^{-1}
2 ₁ ⁺ 0 ₁ ⁺		0.9400	0.7778	7.1869		0.1033×10^{-1}
0 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺		1.2675	1.3622	0.0000		0.0000
3 ₁ ⁺ 4 ₁ ⁺		0.2986	0.6896	-6.6537		0.6325×10^{-1}
3 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺		0.7489	0.9178	10.5205		0.1581×10^{-1}
2 ₁ ⁺ 0 ₁ ⁺			0.4478	-0.1315		0.3458×10^{-1}
2 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺			0.6780	8.7118		0.1518×10^{-1}
4 ₁ ⁺ 3 ₁ ⁺		0.3547	0.1304	0.1259		0.1761×10^{-1}
4 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺		0.6406	0.7182	-0.1166		0.1509×10^{-1}
4 ₁ ⁺ 4 ₁ ⁺		0.6533	0.8200	9.7401		0.1054×10^{-1}
4 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺		1.0986	1.0482	10.2155		0.1160×10^{-1}
0 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺		1.1790	0.7222	4.7049		0.2214×10^{-1}
2 ₁ ⁺ 0 ₁ ⁺			0.6336	0.0000		0.0000
4 ₁ ⁺ 4 ₁ ⁺		0.2528	0.1880	4.1068		0.1874×10^{-1}
4 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺			0.2282	-0.1015		0.1145×10^{-1}
4 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺		0.9024	0.9062	11.6881		0.1518×10^{-1}
6 ₁ ⁺ 4 ₁ ⁺		0.4909	0.3586	-0.1167		0.1048×10^{-1}
6 ₁ ⁺ 4 ₁ ⁺		1.1442	1.1786	16.9638		0.2214×10^{-1}
2 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺			0.7692	0.0000		0.0000
4 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺			1.9062	0.0000		0.0000
6 ₁ ⁺ 6 ₁ ⁺		0.4565	0.8180	9.8827		0.7513×10^{-1}
6 ₁ ⁺ 4 ₁ ⁺		0.9474	1.1766	14.4667		0.1610×10^{-1}
5 ₁ ⁺ 6 ₁ ⁺			0.6224	-7.8352		0.5581×10^{-1}
5 ₁ ⁺ 4 ₁ ⁺			1.8010	0.0000		0.0000
8 ₁ ⁺ 6 ₁ ⁺		1.1345	1.3070	20.0350		0.2361×10^{-1}

2 ₁ ⁺ 0 ₁ ⁺		0.8340	0.8016	8.0542		0.1297×10^{-1}
0 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺		0.1270	0.2937	4.7160		0.2224×10^{-1}
2 ₁ ⁺ 0 ₁ ⁺		0.5040	0.3233	-0.1220		0.2977×10^{-1}
2 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺		0.6310	0.6170	10.5454		0.2224×10^{-1}
4 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺		0.2600	0.2971	-0.1046		0.1215×10^{-1}
4 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺		0.8910	0.9605	14.1481		0.2224×10^{-1}
3 ₁ ⁺ 4 ₁ ⁺		0.3390	0.3841	-7.4567		0.7943×10^{-1}
3 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺		0.5990	0.7276	11.7901		0.1966×10^{-1}
2 ₁ ⁺ 3 ₁ ⁺		0.3382	0.2691	-0.1786		0.6379×10^{-1}
2 ₁ ⁺ 4 ₁ ⁺		0.6772	0.6532	6.9036		0.9532×10^{-1}
2 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺		0.9372	0.9967	5.1456		0.5295×10^{-1}
2 ₁ ⁺ 0 ₁ ⁺		1.442	1.3200	8.0542		0.1297×10^{-1}
0 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺			1.0020	5.2727		0.2780×10^{-1}
4 ₁ ⁺ 2 ₁ ⁺		0.0638	0.0723	-0.1734		0.3341×10^{-1}

Isotopes	Spin sequences	E (MeV)		IBM-1		Exp.
		Exp.	IBM-1	$\langle I_i T^{(E=2)} I_i \rangle$ (eb)	B(E2) (eb) ²	
4 ₁ ⁺ - 3 ₁ ⁺		0.4020	0.1968	0.1873		0.3898×10^{-2}
4 ₁ ⁺ - 4 ₁ ⁺		0.7410	0.5809	10.9155		0.1324×10^{-2}
4 ₁ ⁺ - 2 ₁ ⁺		1.0010	0.9244	11.4483		0.1456×10^{-2}
0 ₁ ⁺ - 2 ₁ ⁺		---	1.0951	0.0000		0.0000
2 ₁ ⁺ - 0 ₁ ⁺		---	0.1211	2.2232		0.9085
2 ₁ ⁺ - 2 ₁ ⁺		0.1138	0.1264	9.7631		0.1906×10^{-2}
4 ₁ ⁺ - 4 ₁ ⁺		---	0.2268	4.6024		0.2354×10^{-2}
4 ₁ ⁺ - 2 ₁ ⁺		---	0.1545	13.0966		0.1906×10^{-2}
6 ₁ ⁺ - 4 ₁ ⁺		---	0.5411	-0.1737		0.2320×10^{-2}
6 ₁ ⁺ - 4 ₁ ⁺		---	1.1220	19.0109		0.2780×10^{-2}
4 ₁ ⁺ - 2 ₁ ⁺		---	1.5871	0.0000		0.0000
5 ₁ ⁺ - 6 ₁ ⁺		---	0.2480	-8.7888		0.7809×10^{-3}
5 ₁ ⁺ - 4 ₁ ⁺		---	1.3700	0.0000		0.0000
6 ₁ ⁺ - 6 ₁ ⁺		---	0.5431	11.0753		0.9436×10^{-3}
6 ₁ ⁺ - 4 ₁ ⁺		---	1.0842	16.2126		0.2822×10^{-2}
8 ₁ ⁺ - 6 ₁ ⁺		---	1.2810	22.4528		0.2965×10^{-2}

- References:**
- Meyerhof W. E.: (1967) Elements of Nuclear physics. Ed. University of corado, pub. Mc Grown- Hill, p. 126.
 - Pramana N.: (2005) j.phys.G: Nucl.and Part. physics, Vol.64, No.2, P.214.
 - Raghavan B., Tassie L.J. and Johie J. : (1989), Atom. Nucl. Data Tables, Vol.42, No.189.
 - Rowe D. J.: (1970) Nuclear collective Motion "Models and theory". Ed. Hodgson, pub. Oxford. pp. 22-151.
 - Sakai M.: (1984) Atomic Data and Nuclear Data Tables, Vol. 31, p. 400.
 - Lederer G. M., Brown E., and Snihab: (1978) Table of Isotopes, 7th edition.
 - Arima A. and Iachello F.: (1987) Interacting Boson Model. Ed. Iachello F., Pub. University of Cambridge, England. pp. 3-236.
 - Bonatsos D.: (1988) Interacting Boson Models of nuclear structure Ed. Hodgson P.E., Pub. Oxford University press, NewYork. pp.1-264.
 - Casten R. F. and Warner D. D. : (1988) Rev. Mod. Phys. 60, 391.
 - Deshalit A. and Feshbach H.: (1974) Theoretical Nuclear physics, Nuclear structure volume I. Ed. Lindqvist T . pub . in Canada , pp. 1-4.

Abstract:

Interacting boson model (IBM-1) was used in the present work to study some of nuclear structures for selected Germanium isotopes ($A=68,70,72$) which have vibrational motion of the $U(5)$ dynamical symmetry.

These isotopes have been classified to be dynamical symmetry by comparing the experimental energy levels which taken from the references with the ideal chart for the three dynamical symmetry $U(5)$, $O(6)$, $SU(3)$, and energy ratios $E(4_1^+)/E(2_1^+)$, $E(6_1^+)/E(2_1^+)$, $E(8_1^+)/E(2_1^+)$ with the ideal values.

Therefore are calculated the energy levels and gamma transitions for these isotopes depending on the total number of boson (N). reduced transition probabilities and their matrix element $T(E2)$ were calculated, these results help to calculate electric quadruple moment (Q_I). The results compared with the available experimental data were they show good agreement.