

استخدام سلاسل ماركوف للتنبؤ بالأرقام القياسية لأسعار المستهلك في العراق

سهام كامل محمد، أحمد نيا ب أحمد، حسام موفق صبري
مركز بحوث السوق وحماية المستهلك / كلية الإدارة والاقتصاد

الخلاصة:

تعد الأرقام القياسية لأسعار المستهلك واحدة من أقدم مؤشرات الاقتصادية وأوسعها انتشاراً، إذ أنها تقيس التغيرات الصافية التي تطرأ على أسعار السلع والخدمات الاستهلاكية التي تشتريها فئة من المستهلكين خلال فترة زمنية محددة، لذا فإن لدراسة تأثيرها على الحالة الاقتصادية للبلد أهمية كبيرة لعلاقتها المباشرة بالتنمية الاقتصادية والرفاهية الاجتماعية، كما إن التنبؤ باتجاهها في المستقبل يتيح للمسؤولين وضع سياسات اقتصادية عامة تتأى بالاقتصاد القومي عن الأزمات التي تلحق الضرر بالنمو الاقتصادي ان الهدف من هذه الدراسة هو التنبؤ باتجاه الأرقام القياسية لأسعار المستهلك للسلع الأساسية (المواد الغذائية-الأقمشة والملابس والأحذية-الوقود والإضاءة-النقل والمواصلات-الخدمات الطبية والأدوية-الإيجار) باستخدام سلاسل ماركوف كأحد الأساليب الإحصائية في التنبؤ للبيانات في الزمن الحاضر، إذ تم تقدير مصفوفة الاحتمالات الانتقالية بطريقة الامكان الأعظم التي طبقت على بيانات شهرية أخذت من الجهاز المركزي للإحصاء وتكنولوجيا المعلومات في العراق للفترة من (2003/4/1) ولغاية(2009/2/1) كون تلك الفترة تمثل تحولا في ظروف العراق السياسية والاجتماعية والاقتصادية...

أظهرت نتائج التنبؤ استنتاجا مهما هو ان جميع الأرقام القياسية لأسعار المستهلك للسلع الأساسية ستشهد ارتفاعا ملحوظا ومن ثم ستخف (عدا الرقم القياسي لأسعار الإيجار كونه سيستقر لاحقا) في إشارة إلى وصول تأثيرات الأزمة المالية العالمية إلى العراق في المستقبل.

المقدمة

عانى الاقتصاد العراقي منذ فترة طويلة من الزمن من استمرار الزيادات في المستوى العام للأسعار، اذ غطت هذه الزيادات المستمرة معظم أنواع السلع والخدمات وتركت آثارها السلبية على مجمل النشاط الاقتصادي [10].

فبالأسعار احد المؤشرات الاقتصادية لدى متخذي القرارات الاقتصادية والسياسية على حد سواء باعتبار ان عدم استقرارها يضر بحالة الاقتصاد الوطني للبلد المعني، فضلا عن كون متابعة حركتها وتشخيص حالات عدم الاستقرار يبعد الاقتصاد القومي عن التعرض للأزمات الاقتصادية التي قد تلحق الضرر بسير عملية النمو الاقتصادي عموما [8]، وتعد الأرقام القياسية لأسعار المستهلك على جانب كبير من الأهمية نظرا

لأنها تقيس التغيرات الصافية التي تطرأ على أسعار السلع والخدمات الاستهلاكية التي تشتريها فئة معينة من المستهلكين خلال فترة زمنية معينة، ويشمل البحث دراسة للأرقام القياسية لأسعار المواد التالية:

المواد الغذائية

الأقمشة والملابس والأحذية

الوقود والإضاءة

النقل والاتصالات

الخدمات الطبية والأدوية

الإيجار

الأرقام القياسية

الرقم القياسي [11] هو مقياس إحصائي يقيس التغير في قيم ظاهرة ما عند مستوى معين لا يمكن مشاهدته أو قياسه مباشرة، كما تعد الأرقام القياسية واحدة من أقدم المؤشرات الاقتصادية وأوسعها انتشاراً، وغالبا ما كانت درجة الاهتمام بها مرتبطة بشدة التضخم فكلما ازدادت شدة التضخم اشتدت الحاجة إلى إيجاد مؤشر رقمي لقياسه وإجراء المعالجات التي تقتضيها حالة التضخم مع المتغيرات الاقتصادية المختلفة.

إن الرقم القياسي لأسعار المستهلك يعكس تطور كلفة ميزانية تخص فئة معينة من المستهلكين، ويطلق عليه تسميات أخرى كالرقم القياسي لتكاليف المعيشة والرقم القياسي لنفقة المعيشة، وهناك ثلاثة استخدامات رئيسية للأرقام القياسية للأسعار [9]:

الأول:- يستخدم كمؤشر رقمي لقياس شدة التضخم، ويستفاد منه في متابعة تطور التضخم ومقارنته بين أنواع الأسعار (مستهلك، جملة، استيراد) أو بين فئات السكان أو بين الأقطار أو غيرها من المقارنات.

الثاني:- يستخدم لإعادة حساب بعض القيم، كالقيمة المضافة أو قيم الإنتاج بعد استبعاد أثر التضخم، أي لحساب تلك القيم بالأسعار الثابتة لفترة معينة.

الثالث:- هو معاكس للاستخدام الثاني، أي لإعادة حساب بعض القيم كالأجور والقروض بعد إدخال أثر التضخم عليها لإعادة حسابها بالأسعار الجارية عما كانت عليه بأسعار فترة معينة. يستند نظام التقييس والذي انتشر استخدامه في العديد من الدول خاصة تعديل الأجور كأحد أشكال الاستخدام الثالث للأرقام القياسية، ولما كانت دخول نسبة مهمة من السكان في تلك الدول خاضعة لنظام التقييس لذا أصبح موضوع الأرقام القياسية يمس بشكل مباشر الوضع الاقتصادي لملايين السكان منها. إذا، فالرقم القياسي للأسعار يقيس التغير في مستوى الأسعار ولا يقيس التغير في قيمة ذلك المستوى كون تلك القيمة غير قابلة للقياس كما يستلزم وجود حالتين ليتم قياس التغير بينهما، وهاتان حالتان قد تكونان فترتين زمنيتين أو بلدين مختلفتين أو فئتين سكانييتين وتؤخذ إحدى هاتين حالتين كأساس للمقارنة ويعتبر الرقم القياسي لها مساويا إلى (100) ويطلق عليها حالة الأساس، فإذا كانت الحالة المذكورة هي فترة زمنية يطلق عليها فترة الأساس أو سنة الأساس إذا كانت مدتها سنة واحدة وإذا كانت بلدا يطلق عليه بلد الأساس ، أما الحالة الثانية (حالة المقارنة) فإذا كانت فترة زمنية يطلق عليها فترة

المقارنة والبلد يطلق عليه بلد المقارنة [7]، وبحسب الرقم القياسي لحالة المقارنة بحيث انه يعكس مستوى الأسعار في تلك الحالة بشكل نسبة مئوية لما هو عليه في حالة الأساس، وتوجد عدة صيغ لحساب الأرقام القياسية للأسعار [6]:

مشكلة البحث

إن ظاهرة التقلبات المستمرة بأسعار السلع الاستهلاكية لم تعد جديدة على الاقتصاد العراقي، إذ صاحبها ظاهرة التضخم منذ عقد الثمانينات وترسخت خلال عقد التسعينات واستمرت تعصف بآثارها على الاقتصاد القومي للبلد مما يستوجب وضع تصورات حول ما ستؤول إليه الأسعار مستقبلاً.

هدف البحث

تهدف هذه الدراسة إلى التنبؤ باتجاه الأرقام القياسية لأسعار السلع الأساسية في العراق ليستفاد منها في وضع سياسات اقتصادية تنهض بالاقتصاد العراقي في المستقبل.

أداة البحث

تم استخدام أسلوب ماركوف كأحد الأساليب الإحصائية لإيجاد مصفوفة الاحتمالات الانتقالية لتقلبات الأرقام القياسية لأسعار السلع الأساسية، كما استخدمت طريقة الامكان الأعظم لإيجاد التوزيع المستقر لعمليات ماركوف ومن ثم التنبؤ باتجاه الأرقام القياسية لأسعار المستهلك في العراق مستقبلاً.

الجانب النظري

عمليات ماركوف [1],[2],[3]

ابتكر العالم الروسي (Markov) أسلوباً رياضياً حديثاً في نظرية الاحتمال للعمليات التي تقوم على أساس التنبؤ بنتائج المستقبل استناداً إلى معرفة تأثير النتائج السابقة في دراسته للتنبؤ بحركة جزيئات الغاز في إناء مغلق، فعمليات ماركوف هي صورة من العمليات التصادفية التي توصف بأنها عمليات عشوائية تتغير بواسطة متغير الزمن وتؤشر به (X_t) وتعتمد عليه بقوانين رياضية وتمثل بفضاء حالة وفضاء معلمة إذ يكون الزمن منقطعاً أو مستمراً، وتصنف عمليات ماركوف حسب فضاء الحالة (State Space) وفضاء المعلمة (Parameter Space).

تتكون عمليات ماركوف من مجموعة من الحالات، ففي أي وقت معلوم يجب أن تكون كل ظاهرة في حالة معينة وإن يكون هناك احتمال انتقال الظاهرة من حالة إلى أخرى.

سلسلة ماركوف [5],[12]

هي سلسلة من الحالات التي يمر بها جسيم متحرك خلال مدد زمنية مختلفة استنادا الى قوانين احتمالية تدعى بالاحتمالات الانتقالية (Transition Probabilities) ، كما يمكن تعريفها بأنها سلسلة من المتغيرات العشوائية اذ ان الحالة المستقبلية (X_{n+1}) تكون مستقلة عن الحالات السابقة (X_1, X_2, \dots, X_{n-1}) شرط أن تكون الحالة في الوقت الحاضر معروفة، هذا الشرط يطلق عليه خاصية ماركوف (Markov Property).

مصفوفة الاحتمالات الانتقالية [4],[13]

إذا كان (P_{ij}) يمثل احتمال انتقال الظاهرة من الحالة (i) إلى الحالة (j) في مدة زمنية معينة واحدة وكانت سلسلة ماركوف تحتوي على (N) من الحالات اذ (N عدد صحيح موجب)، فيمكن ان توضع الاحتمالات الانتقالية بهيئة مصفوفة كما يأتي:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdot & \cdot & p_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdot & \cdot & p_{nm} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(1)$$

وهي مصفوفة مربعة ذات درجة ($n \times n$) عناصرها غير سالبة ومجموع كل صف فيها يساوي الواحد الصحيح، فلو أريد إيجاد قيمة احتمال الظاهرة من الحالة (i) إلى الحالة (j) بعدد محدود من الخطوات أو المدد الزمنية مقداره (m) فان:

$$= P\{X_{n+m} = j / X_n = i\} \dots\dots\dots(2) P_{hj}^m$$

إذ أن:-

P_{hj}^m : يمثل الاحتمالات الانتقالية خلال (m) من الخطوات، وان ما ورد في العلاقة (2) إذ لكل ($n, m \in N$) يكون:

$$P^{(n+m)} = P^n \cdot P^m \dots\dots\dots(3)$$

P^{m+n} تمثل مصفوفة الاحتمالات الانتقالية لسلسلة ماركوف بعد ($m+n$) من الخطوات، اما العنصر الواقع في الصف (i) والعمود (j) من المصفوفة P^{m+n} فيكون:

$$P^{(n+m)} = \sum_{h=0}^n P_{ih} P_{hj} \quad \dots\dots\dots(4)$$

لكل $n, m > 0$

المعادلة (4) تدعى معادلة جابمان- كولمكروف (Chapman Kolommogrov Equation) والتي تعد

طريقة لحساب (n) من الخطوات لاحتمالات الانتقالية (P_{ij}^n) .

الاستقرارية وحالة الثبات لمصفوفة ماركوف [15],[5],[4]

تعني الاستقرارية عدم تغير الصفات الإحصائية للعملية التصادفية بدرجة أو بأخرى بمرور الزمن، وتكون سلسلة ماركوف ذات الزمن المتقطع مستمرة أو متجانسة زمنياً (Homogeneous) إذا كانت الاحتمالات الانتقالية لا تعتمد على الفارق الزمني حسب الشرط الآتي:

$P_{ij} = P\{X_{n+1} = j / X_n = i\}$ ومن خلال التطبيق يمكن الحصول على الاحتمالات الانتقالية خلال (n) من النقلات بضرب مصفوفة الاحتمالات الانتقالية بنفسها (n) من المرات، وبذلك ستكون سلسلة ماركوف ممثلة بالمصفوفة الآتية:

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} P_0 & P_1 & P_2 \dots \\ P_0 & P_1 & P_2 \dots \\ P_0 & P_1 & P_2 \dots \end{bmatrix} \dots\dots\dots(5)$$

نلاحظ إن جميع صفوف المصفوفة \hat{P} متطابقة وإن $\hat{P} = P^m$ لجميع قيم $m \geq 1$.

هذه الحالة تظهر عندما تستمر العملية التصادفية لزمن طويل وتدعى بحالة الثبات (Steady state) إذ تستقر نسبة عدد النقلات لكل حالة عند قيمة معينة، وتتميز باستقرار الاحتمالات فيها ويتم الحصول على التوزيع المستقر للعملية التصادفية.

عندما تكون (P) مصفوفة الاحتمالات الانتقالية لسلاسل ماركوف ذات (n) من الحالات المنتهية فإن:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} P^m = U = \begin{bmatrix} u \\ u \\ u \end{bmatrix} \dots\dots\dots(6)$$

إذ أن المتجه الاحتمالي الوحيد \underline{U} :

$$\underline{U} = (u_1, u_2, \dots, u_n) \quad \sum U = 1, \quad 0 \leq u_j \leq 1$$

$$\sum_{i=1}^m u_i = 1, \quad u_p = u \quad \dots\dots\dots(7)$$

u_j : يمثل التوزيع المستقر لعملية ماركوف

P : المصفوفة المستقرة

من جانب آخر إذا كانت $P(i, j) = P_j$ لجميع قيم $(i, j \in I)$ أي أن صفوف المصفوفة (P) كافة متطابقة
فذلك يعني إن المتغيرات العشوائية المنفصلة (المتقطعة) مستقلة وفق تعريف الاستقلالية وهي حالة خاصة من
سلسلة ماركوف.

$$X_0, X_1, \dots, X_n \quad \text{-----}(8)$$

تقدير الاحتمالات الانتقالية بطريقة الامكان الأعظم [3],[14]

إن انتقال هذا النوع من البيانات يتم من الحالة (i) في الوقت (t) إلى الحالة (j) في الوقت (t+1).
نفترض ان هناك عينة مكونة من المشاهدات على شكل سلاسل ماركوف وعلى فرض إن العدد $n_i(0)$ يمثل
العناصر المشاهدة في الحالة (i) عند الوقت (t = 0) وعليه فإن عملية ماركوف في حالة الاستقرار بالشكل
الآتي:

$$\Pr(X_0, X_1, \dots, X_T) = \Pr(X_0) \prod_t \Pr(X_t / X_{t-1}) \quad \text{.....}(9)$$

ليكن $n_{ij}(t)$ تمثل عدد العناصر المشاهدة لكل $(X_t = j, X_{t-1} = i)$ وان:

$$n_{ij} = \sum_t n_{ij}(t) \quad \text{.....}(10)$$

إن الاحتمال المشار اليه في المعادلة رقم (9) يمكن كتابته على شكل تناسبي كالتالي:

$$\Pr(X_0, X_1, \dots, X_T / n) = \Pr(X_0) \prod_t P_{ij}^{n_{ij}} \quad \text{.....} (11)$$

وكما أوضح كودمان واندرسون (Coodman and Anderson) إن صيغة $n_{ij}(t)$ تمثل مجموعة إحصاء
كافية (Set of Sufficient Statistic) وان توزيع $n_{ij}(t)$ يمكن الحصول عليه باعتبار

$$n_i(t-1) = \sum_j n_{ij}(t)$$

من المشاهدات الموزعة لتوزيع متعدد الحدود (Multinomial Distribution)

باحتمال P_{ij} .

ان دالة الكثافة الاحتمالية (p.m.f) لـ $n_{ij}(t)$ هي:

$$\Pr(n_{11}(t), n_{12}(t), \dots, n_i(0)P_{11}, \dots) = \prod_t \left[\prod_i \left\{ \frac{n_i(t-1)!}{\prod_j n_{ij}(t)!} \right\} \prod_j P_{ij}^{n_{ij}(t)} \right]$$

$$= \left[\prod_{t=1} \left(\frac{n_i(t-1)!}{\prod_j n_{ij}(t)!} \right) \right] \left[\prod_{ij} P_{ij}^{n_{ij}} \right] \quad \text{.....}(12)$$

إذ أن :-

$$n(0) = [n_1(0), n_2(0), \dots, n_r(0)]$$

يمثل متجه عناصره تمثل الإعداد في الحالات عند الوقت $t = 0$ ، فإذا كانت $n_{ij}(t)$ لكل (t, i, j) معلومة، يمكننا الحصول على تقديرات الاحتمالات الانتقالية المستقرة مع تحقق الشرط.

$$\sum P_{ij} = 1 \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad \dots\dots\dots(13)$$

وبأخذ اللوغاريتم لطرفي المعادلة (12) وتوظيف الشرط (13) باستخدام مضاعفات لانغرانج (Langrangian Multipliers) يمكن الحصول على دالة لانغرانج كالتالي:

$$\begin{aligned} \text{Log Pr}(X_1, X_2, \dots, X_T / n) &= \sum_i \lambda_i \left(\sum_j P_{ij} - 1 \right) \\ &= \text{Log} \left(\prod_{i,j} P_{ij}^{n_{ij}} \right) - \sum_i \lambda_i \left(\sum_j P_{ij} - 1 \right) + c \quad \dots\dots\dots(14) \end{aligned}$$

الثابت يمثل c : إذ أن

$$c = \text{Log} \prod_{t=i} \left\{ n_i(t-1) / \prod_j n_{ij}(t) \right\} \quad \dots\dots\dots(15)$$

وللحصول على دالة الامكان الأعظم للمعادلة (14) تؤخذ المشتقة الجزئية بالنسبة لـ P_{ij} و λ_i على التوالي:

$$\frac{\partial}{\partial p_{ij}} \left[\sum_i \sum_j n_{ij} \text{Log} P_{ij} - \sum_i \lambda_i \left(\sum_j P_{ij} - 1 \right) \right] = (n_{ij} / P_{ij}) - \lambda_i = 0 \quad \dots\dots\dots(16)$$

$$\frac{\partial}{\partial \lambda_i} \left[\sum_i \sum_j n_{ij} \text{Log} P_{ij} - \sum_i \lambda_i \left(\sum_j P_{ij} - 1 \right) \right] = \sum_j P_{ij} - 1 = 0 \quad \dots\dots\dots(17)$$

ومن المعادلة (16) نحصل على:

$$n_{ij} = \hat{\lambda}_i \hat{P}_{ij} \quad \dots\dots\dots (18)$$

وعليه فإن :

$$\sum_j n_{ij} = \hat{\lambda}_i \sum_j \hat{P}_{ij}$$

$$\sum_j P_{ij} = 1 \quad \text{لذلك فإن} \quad \text{وبما أن}$$

$$\sum_j n_{ij} = \hat{\lambda}_i \quad \dots\dots\dots (19)$$

وبتعويض المعادلة (19) في المعادلة (18) نحصل على:

$$\hat{P}_{ij} = n_{ij} / \sum_j n_{ij} \quad \dots\dots\dots (20)$$

الجانب التطبيقي

البيانات

تم الحصول على البيانات من الجهاز المركزي للإحصاء وتكنولوجيا المعلومات (وزارة التخطيط والتعاون الإنمائي في جمهورية العراق) تمثل الأرقام القياسية بالأشهر لأسعار المستهلك للسلع الأساسية في العراق للفترة من 2003/4/1 ولغاية 2009/2/1 باعتبار إن عام 1993 يمثل سنة الأساس، إذ تم اختيار تلك الفترة الزمنية بالذات نتيجة للظروف السياسية والاقتصادية التي مر بها العراق آنذاك والتي أثرت بشكل مباشر على مختلف نواحي الحياة ومن ضمنها تكاليف المعيشة وهو ما يستدعي الوقوف على تلك التغيرات وتخمين ما ستؤول إليه تكاليف المعيشة في المستقبل.

احتوت البيانات على أرقام قياسية لأسعار ستة مواد هي (المواد الغذائية، الأقمشة والملابس والأحذية، الوقود والإضاءة، النقل والمواصلات، الخدمات الطبية والأدوية، الإيجار) وقسمت البيانات إلى ثلاثة حالات اعتمادا على انتقال الرقم القياسي لأسعار تلك المواد، والحالات هي (الارتفاع، الانخفاض، الاستقرار).
تكوين مصفوفة الاحتمالات الانتقالية

لأجل استخدام سلاسل ماركوف يجب أولا إيجاد مصفوفة الاحتمالات الانتقالية وهي مصفوفة مربعة ذات درجة (3x3) وتسمى مصفوفة الاحتمالات الانتقالية المنتهية لسلاسل ماركوف المستقرة.

$$\hat{P} = \begin{matrix} & \begin{matrix} E1 & E2 & E3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} E1 \\ E2 \\ E3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} P11 & P12 & P13 \\ P21 & P22 & P23 \\ P31 & P32 & P33 \end{bmatrix} \end{matrix} \dots\dots\dots(21)$$

إذ أن :-

E1 حالة ارتفاع الرقم القياسي لسعر سلعة معينة

E2 حالة انخفاض الرقم القياسي لسعر سلعة معينة

E3 حالة استقرار الرقم القياسي لسعر سلعة معينة

P11= احتمال ارتفاع الرقم القياسي للسعر بعد أن كان مرتفعا.

P12= احتمال ارتفاع الرقم القياسي للسعر بعد أن كان منخفضا.

P13= احتمال ارتفاع الرقم القياسي للسعر بعد أن كان مستقرا.

P21= احتمال انخفاض الرقم القياسي للسعر بعد أن كان مرتفعا.

P22= احتمال انخفاض الرقم القياسي للسعر بعد أن كان منخفضا.

P23= احتمال انخفاض الرقم القياسي للسعر بعد أن كان مستقرا.

P31= احتمال استقرار الرقم القياسي للسعر بعد أن كان مرتفعا.

P32=احتمال استقرار الرقم القياسي للسعر بعد أن كان منخفضا.

P33=احتمال استقرار الرقم القياسي للسعر بعد أن كان مستقرا.

وبذلك ستكون مصفوفة الاحتمالات الانتقالية كما يلي:

$$\begin{array}{c}
 \text{الارتفاع} \quad \text{الانخفاض} \quad \text{الاستقرار} \\
 \left[\begin{array}{ccc|c}
 \text{الارتفاع} & \text{ارتفاع ارتفاع} & \text{ارتفاع انخفاض} & \text{ارتفاع استقرار} \\
 \text{الانخفاض} & \text{انخفاض ارتفاع} & \text{انخفاض انخفاض} & \text{انخفاض استقرار} \\
 \text{الاستقرار} & \text{استقرار ارتفاع} & \text{استقرار انخفاض} & \text{استقرار استقرار}
 \end{array} \right] \dots\dots\dots (22)
 \end{array}$$

سيتم تقدير الاحتمالات الانتقالية باستخدام طريقة الامكان الأعظم للأرقام القياسية لأسعار المستهلك في العراق عبر تطبيق الصيغة (20) باستخدام البرنامج الجاهز (MATLAB 6.5) لأجل التنبؤ بحالة واتجاه الأرقام القياسية للأسعار في المستقبل.

1- المواد الغذائية

نضمت البيانات الخاصة بالرقم القياسي لأسعار المواد الغذائية ورتبت كما جاء في المصفوفة (21)

حيث بلغت المدة بالأشهر 70 شهرا فكانت مصفوفة الأعداد الانتقالية للرقم القياسي لأسعار المواد الغذائية هي :

$$\hat{P} = \frac{E1 \begin{bmatrix} 32 & 12 & 0 \\ 14 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 44 \\ 26 \\ 0 \end{matrix}}{70} \dots\dots\dots(23)$$

نلاحظ إن الصف الثالث والعمود الثالث في المصفوفة أعلاه يحتويان على أصفار نتيجة لعدم وجود نقلات لحالة الاستقرار في الرقم القياسي لأسعار المواد الغذائية، ذلك الأمر سيجعل المصفوفة مربعة ذات درجة (2x2) ويمكن إعادة كتابتها لتشمل حالتها الارتفاع والانخفاض فقط وكما يلي:

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} 32 & 12 \\ 14 & 12 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(24)$$

والآن يمكن تقدير مصفوفة ماركوف عبر تقدير احتمالات الانتقال فتكون مصفوفة الاحتمالات

الانتقالية للرقم القياسي لأسعار المواد الغذائية كالتالي:

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} 0.73 & 0.23 \\ 0.54 & 0.46 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(25)$$

حيث تم الوصول إلى حالة الاستقرار في الخطوة رقم (8)، وكانت المصفوفة المستقرة كما يلي:

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} 0.66667 & 0.33333 \\ 0.66667 & 0.33333 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(26)$$

وأصبح التوزيع لعملية ماركوف مستقرا، وكان متجه التوزيع

$$U_j = [0.66667 \quad 0.33333] \dots\dots\dots(27)$$

نلاحظ من التوزيع المستقر (27) أن احتمال الارتفاع (0.66667) في حين كان احتمال الانخفاض (0.33333) بينما كانت قيمة احتمال الاستقرار صفرا، وبذلك سيكون احتمال حالة الارتفاع في الرقم القياسي لأسعار المواد الغذائية هو الأعلى، يليه احتمال حالة الانخفاض ثم احتمال حالة الاستقرار.

2- الأقمشة والملابس والأحذية

تم تنظيم البيانات الخاصة بالرقم القياسي لأسعار الأقمشة والملابس والأحذية (21) للفترة الزمنية إذ بلغت المدة بالأشهر 70 شهرا، فكانت مصفوفة الأعداد الانتقالية كما يلي:

$$\hat{P} = \begin{matrix} E1 & \begin{bmatrix} 20 & 20 & 0 \end{bmatrix} & 40 \\ E2 & \begin{bmatrix} 9 & 21 & 0 \end{bmatrix} & 30 \\ E3 & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & 0 \end{matrix} \dots\dots\dots(28)$$

$\overline{70}$

نلاحظ إن الصف الثالث والعمود الثالث في المصفوفة أعلاه يحتويان على أصفار نتيجة لعدم وجود نقلات لحالة الاستقرار في الرقم القياسي لأسعار الأقمشة والملابس والأحذية، ذلك الأمر سيجعل المصفوفة مربعة ذات درجة (2x2) ويمكن إعادة كتابتها لتشمل حالتها الارتفاع والانخفاض فقط وكما يلي:

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} 20 & 20 \\ 9 & 21 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(29)$$

يتم تقدير مصفوفة ماركوف عبر إيجاد احتمالات الانتقال، فتكون مصفوفة الاحتمالات الانتقالية للرقم القياسي لأسعار الأقمشة والملابس والأحذية كما يلي:

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.63 & 0.37 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(30)$$

حيث تم الوصول إلى حالة الاستقرار في الخطوة رقم (6)، وكانت المصفوفة المستقرة كما يلي:

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} 0.55752 & 0.44248 \\ 0.55752 & 0.44248 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(31)$$

وأصبح التوزيع لعملية ماركوف مستقرا، وكان متجه التوزيع المستقر كما يلي:

$$U_j = [0.55752 \quad 0.44248] \dots\dots\dots(32)$$

من متجه التوزيع المستقر أعلاه نلاحظ ان احتمال الارتفاع مساو إلى (0.55752) وان احتمال الانخفاض مساو إلى (0.44248) بينما كانت قيمة احتمال الاستقرار صفرا، وبذلك سيكون احتمال حالة الارتفاع للرقم القياسي لأسعار الأقمشة والملابس والأحذية هو الأعلى يتبعه احتمال حالة الانخفاض ثم احتمال حالة الاستقرار .

3- الوقود والإضاءة

نضمت البيانات الخاصة بالرقم القياسي لأسعار الوقود والإضاءة وبلغت المدة بالأشهر 70 شهرا، فكانت مصفوفة الأعداد الانتقالية:

$$\hat{P} = \begin{matrix} E1 \\ E2 \\ E3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 22 & 16 & 0 \\ 15 & 17 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 38 \\ 32 \\ 0 \end{matrix} \dots\dots\dots(33)$$

70

نلاحظ إن الصف الثالث والعمود الثالث في المصفوفة أعلاه يحتويان على أصفار نتيجة لعدم وجود نقلات لحالة الاستقرار في الرقم القياسي لأسعار الوقود والإضاءة، ذلك الأمر سيجعل المصفوفة مربعة ذات درجة (2x2) ويمكن إعادة كتابتها لتشمل حالتها الارتفاع والانخفاض فقط وكما يلي:

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} 22 & 16 \\ 15 & 17 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(34)$$

الآن يتم تقدير مصفوفة ماركوف عبر إيجاد احتمالات الانتقال، فتكون مصفوفة الاحتمالات الانتقالية للرقم القياسي لأسعار الوقود والإضاءة كما يلي:

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} 0.58 & 0.42 \\ 0.63 & 0.37 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(35)$$

وتم الوصول إلى حالة الاستقرار في الخطوة رقم (6)، فكانت المصفوفة المستقرة كما يلي:

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} 0.52809 & 0.47191 \\ 0.52809 & 0.47191 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(36)$$

وأصبح التوزيع لعملية ماركوف مستقرا، وكان متجه التوزيع:

$$U_j = [0.52809 \quad 0.47191] \dots\dots\dots(37)$$

نستنتج من التوزيع المستقر أعلاه أن احتمال الارتفاع (0.52809) واحتمال الانخفاض (0.47191) بينما كانت قيمة احتمال الاستقرار صفرا، ولذا سيكون احتمال حالة الارتفاع في الرقم القياسي للوقود والإضاءة هو السائد يليه احتمال حالة الانخفاض ثم احتمال حالة الاستقرار .

4- النقل والمواصلات

تم ترتيب البيانات الخاصة بالرقم القياسي لأسعار خدمات النقل والمواصلات كما في المصفوفة (21) وبلغت المدة بالأشهر 70 شهرا، فكانت مصفوفة الأعداد الانتقالية:

$$\hat{P} = \begin{matrix} E1 & \begin{bmatrix} 26 & 18 & 0 \end{bmatrix} & 44 \\ E2 & \begin{bmatrix} 17 & 9 & 0 \end{bmatrix} & 26 \\ E3 & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & 0 \end{matrix} \dots\dots\dots(38)$$

70

نلاحظ إن الصف الثالث والعمود الثالث في المصفوفة أعلاه يحتويان على أصفار نتيجة لعدم وجود نقلات لحالة الاستقرار في الرقم القياسي لأسعار خدمات النقل والمواصلات، ذلك الأمر سيجعل المصفوفة مربعة ذات درجة (2x2) ويمكن إعادة كتابتها لتشمل حالتها الارتفاع والانخفاض فقط وكما يلي:

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} 26 & 18 \\ 17 & 9 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(39)$$

ومن خلال إيجاد الاحتمالات الانتقالية يمكن تقدير مصفوفة ماركوف كالآتي:

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} 0.59 & 0.41 \\ 0.65 & 0.35 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(40)$$

وتم الوصول إلى حالة الاستقرار في الخطوة رقم (5)، فكانت المصفوفة المستقرة كما يلي:

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} 0.61321 & 0.38679 \\ 0.61321 & 0.38679 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(41)$$

وأصبح التوزيع لعملية ماركوف مستقرا، وكان متجه التوزيع:

$$U_j = [0.61321 \quad 0.38679] \dots\dots\dots(42)$$

يبين التوزيع المستقر أعلاه أن احتمال الارتفاع (0.61321) واحتمال الانخفاض (0.38679) بينما كانت قيمة احتمال الاستقرار صفرا، وبهذا سيكون احتمال حالة الارتفاع في الرقم القياسي لأسعار خدمات النقل والمواصلات هو الأرجح يليه احتمال حالة الانخفاض بينما احتمال حالة استقرار يأتي أخيرا.

5- الخدمات الطبية والأدوية

تم ترتيب البيانات الخاصة في القطاع الصحي (الخدمات الطبية والأدوية) كما في المصفوفة (21) وبلغت المدة بالأشهر 70 شهرا، فكانت مصفوفة الأعداد الانتقالية:

$$\hat{P} = \begin{matrix} E1 & \begin{bmatrix} 31 & 15 & 0 \end{bmatrix} & 46 \\ E2 & \begin{bmatrix} 14 & 8 & 1 \end{bmatrix} & 23 \\ E3 & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} & 1 \end{matrix} \dots\dots\dots(43)$$

70

أما مصفوفة ماركوف فيتم إيجادها عبر تقدير الاحتمالات الانتقالية، إذ كانت مصفوفة الاحتمالات الانتقالية للرقم القياسي لأسعار الخدمات الطبية كما يلي:

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} 0.67 & 0.33 & 0 \\ 0.61 & 0.35 & 0.04 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(44)$$

حيث تم الوصول إلى حالة الاستقرار في الخطوة رقم (7)، فكانت المصفوفة المستقرة كما يلي:

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} 0.65445 & 0.33226 & 0.01329 \\ 0.65445 & 0.33226 & 0.01329 \\ 0.65445 & 0.33226 & 0.01329 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(45)$$

وأصبح التوزيع لعملية ماركوف مستقرا، وكان متجه التوزيع:

$$U_j = [0.65445 \quad 0.33226 \quad 0.01329] \dots\dots\dots(46)$$

نستنتج من التوزيع المستقر (46) إن احتمال ارتفاع الرقم القياسي لأسعار الخدمات الطبية (0.65445) واحتمال الانخفاض (0.33226) في حين كان احتمال الاستقرار (0.01329)، وهذا يدل على إن احتمال حالة ارتفاع الرقم القياسي لأسعار الخدمات الطبية والأدوية هو الأعلى يليه احتمال حالة الانخفاض في ذلك الرقم بينما احتمال حالة الاستقرار في ذلك الرقم القياسي سيكون أخيرا.

6- الإيجار

نضمت البيانات الخاصة بالرقم القياسي لأسعار الإيجار كما في المصفوفة (21) وبلغت تلك المدة بالأشهر 70 شهرا، فكانت مصفوفة الأعداد الانتقالية:

$$\hat{P} = \begin{matrix} E1 & \begin{bmatrix} 47 & 5 & 5 \end{bmatrix} & 57 \\ E2 & \begin{bmatrix} 5 & 1 & 0 \end{bmatrix} & 6 \\ E3 & \begin{bmatrix} 4 & 0 & 3 \end{bmatrix} & 7 \\ & & \hline & & 70 \end{matrix} \dots\dots\dots(47)$$

ويتم إيجاد مصفوفة ماركوف عبر تقدير الاحتمالات الانتقالية، إذ تصبح مصفوفة الاحتمالات الانتقالية للرقم القياسي لأسعار الإيجار كما مبينة أدناه:

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} 0.82 & 0.09 & 0.09 \\ 0.83 & 0.17 & 0 \\ 0.57 & 0 & 0.43 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(48)$$

وتم الوصول إلى حالة الاستقرار في الخطوة رقم (15)، فكانت المصفوفة المستقرة كما يلي:

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} 0.78968 & 0.08563 & 0.12469 \\ 0.78968 & 0.08563 & 0.12469 \\ 0.78968 & 0.08563 & 0.12469 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(49)$$

وأصبح التوزيع لعملية ماركوف مستقرا، وكان متجه التوزيع:

$$U_j = [0.78968 \quad 0.08563 \quad 0.12469] \dots\dots\dots(50)$$

يظهر متجه التوزيع المستقر أعلاه ان احتمال ارتفاع الرقم القياسي لأسعار الإيجار هو (0.78968) واحتمال الانخفاض هو (0.08563) بينما كان احتمال استقرار ذلك الرقم القياسي (0.12469)، من ذلك نستدل على ان احتمال حالة الارتفاع في الرقم القياسي لأسعار الإيجار هو الأعلى ومن ثم يليه احتمال حالة الاستقرار ثم احتمال حالة الانخفاض.

الاستنتاجات

أظهرت نتائج متجهات التوزيعات المستقرة (27)،(32)،(37)،(42)،(46) للأرقام القياسية لأسعار المستهلك (المواد الغذائية-الأقمشة والملابس والأحذية-الوقود والإضاءة-النقل والمواصلات-الخدمات الطبية والأدوية) استنتاجاً مهماً في مسألة التنبؤ باتجاه تلك الأرقام مستقبلاً، إذ أنها سترتفع ثم ما تلبث أن تنخفض، في حين يشير متجه التوزيع المستقر (50) والخاص بالرغم القياسي لأسعار الإيجار بأن ذلك الرقم القياسي سيرتفع مستقبلاً ثم يستقر بعد ذلك الارتفاع، هذه النتائج تأتي في ضوء الأزمة المالية العالمية والتي لم يتأثر العراق بها لحد الآن ولكن من المتوقع أن يصاب العراق بتأثيراتها مستقبلاً، لذا فارتفاع الأرقام القياسية للأسعار في الوقت الحاضر سيتم بيان أسبابه لكل سلعة على حده، وأما الانخفاض الذي سيطرأ على الأرقام القياسية لمعظم تلك السلع فهو مرهون بمدى تأثير الأزمة المالية العالمية على مختلف نواحي الحياة في العراق.

المواد الغذائية :

من المتوقع ان يرتفع الرقم القياسي لأسعار المواد الغذائية في المستقبل ثم ينخفض لاحقاً كما بينه متجه التوزيع المستقر (27)، ويمكن إجمال أسباب الارتفاع بما يلي:

1. تحميل أسعار هذه المواد بالزيادات الحاصلة في إيجارات المحال والمخازن التجارية وأجور الحماية فضلاً عن أجور النقل المرتفعة بسبب أزمة الوقود التي تعصف بالاقتصاد العراقي.
2. زيادة الطلب المحلي على المواد الغذائية لتغطية احتياجات العائلة العراقية خلال الأعياد والمناسبات الدينية.
3. تراجع الإنتاج الزراعي وتدهوره خلال السنوات التي تلت 9 نيسان 2003 بسبب شحة مياه الري وتملح معظم الأراضي الزراعية وانعدام الدعم لمستلزمات الإنتاج.
4. تكوّن عملية توزيع مواد البطاقة التموينية.
5. التحسن النسبي في دخول فئة الموظفين والعاملين لدى الدولة وتوجه هذه الفئة من المستهلكين نحو سد احتياجاتهم الغذائية من السوق المحلية.
6. الانفتاح الاقتصادي الذي ساهم في تقارب الأسعار المحلية مع اسعار مثيلاتها في الدول المجاورة.

الأقمشة والملابس والأحذية

من المتوقع أن يرتفع الرقم القياسي لأسعار هذه السلع في المستقبل ثم تلي الارتفاع فترة انخفاض في ذلك الرقم كما أظهره متجه التوزيع المستقر (32)، وتعود أسباب الارتفاع في الفترة المقبلة لما يلي:

1. وجود عدد من الحلقات الوسطية بين المنتج والمستهلك اذ لحين وصول المواد المنتجة الى مستهلكها يتم تحميل الأسعار الحقيقية بأسعار مضاعفة.
2. ارتفاع أجور النقل بسبب أزمة المشتقات النفطية فضلاً عن وكذلك زيادة أجور النقل ما بين المحافظات وداخلها بسبب المخاطر الأمنية التي يتعرض لها الناقل.

الوقود والإضاءة

من المتوقع ان يرتفع الرقم القياسي لأسعار الوقود والإضاءة في المستقبل القريب ومن ثم سيشهد ذلك الرقم انخفاضا بعد ذلك الارتفاع كما اظهر ذلك متجه التوزيع المستقر (37)، ومن جملة الأسباب التي سترفع الرقم القياسي ما يلي:

تزايد الطب المحلي على الوقود بسبب تزايد استهلاكه مع تراجع حجم المعروض منه في السوق المحلية وعدم كفايته لتغطية الحاجات الاستهلاكية بشكل منتظم ومستمر.

وجود العديد من الحلقات الوسطية التي تؤثر على عملية تسويق الوقود لحين وصوله إلى المستهلك وقيام هذه الحلقات بتحميل أسعار الوقود المعلنة بأسعار إضافية.

صعوبة نقل المشتقات النفطية المستوردة ما بين المحافظات بسبب تردي الوضع الأمني وتعرض الأنابيب النفطية إلى التخريب وانعكاس ذلك على تسويق المنتجات النفطية محليا.

التأثير غير المباشر لزيادة استهلاك مادة البنزين والغاز في المولدات الكهربائية التي تمتلكها العوائل العراقية والنشاط الخاص خصوصا في فصل الصيف مما ولد ضغطا إضافيا على طلب تلك المواد وسبب ارتفاع أسعارها في السوق الموازية(السوق السوداء).

ظهور فئة المضاربين والمسوقين لمادة الوقود في السوق الموازية خارج محطات الوقود وفرضهم لأسعار مرتفعة مقارنة بالأسعار الرسمية.

النقل والمواصلات

من المتوقع أن يطرأ ارتفاع على الرقم القياسي لأسعار النقل والاتصالات مستقبلا ثم ينخفض لاحقا كما بين ذلك متجه التوزيع المستقر (42)، وأسباب الارتفاع تقارب الأسباب المشار إليها في فقرة الوقود والإضاءة لارتباط خدمات النقل وبشكل مباشر بقطاع الوقود إذ ما ينطبق على أسباب ارتفاع الرقم القياسي للوقود ينطبق على هذا القطاع.

الخدمات الطبية والأدوية

سيسجل الرقم القياسي لأسعار الخدمات الطبية والأدوية ارتفاعا في المستقبل في حين سيلي ذلك الارتفاع في الرقم القياسي لأسعار الخدمات الصحية انخفاض كما بين ذلك متجه التوزيع المستقر (46) ومن أبرز الأسباب التي سترفع ذلك الرقم ما يلي:

ارتفاع بدلات إيجارات العيادات الطبية وأجور الحصول على الكهرباء من القطاع الخاص(المولدات).

زيادة أسعار المستلزمات الطبية والأدوية وأجور العاملين في الحقل الطبي في القطاع الخاص.

إقبال المواطنين نحو التوجه إلى المستشفيات الأهلية للحصول على العلاج بدلا من المستشفيات الحكومية لتدني مستوى الخدمات الطبية في الأخيرة.

الإيجار

- من المتوقع أن يرتفع الرقم القياسي لأسعار الإيجار مستقبلاً ثم يبدأ ذلك الرقم القياسي بالاستقرار بعد ذلك الارتفاع كما أظهر ذلك متجه التوزيع المستقر (50) ومن أبرز أسباب الارتفاع في الفترة القادمة لما يلي:
1. لشداد الطلب على العقارات السكنية والتجارية بسبب نزوح العديد من العوائل من بعض المدن والمناطق إلى داخل المدن الكبيرة وعودة أعداد من المهجرين من الخارج.
 2. تراجع حركة ونشاط البناء للدور والمحلات التجارية بسبب عدم تشجيع القطاع الخاص لإقامة هذه المشاريع لانخفاض العائد المادي منها فضلاً عن ابتعاد القطاع العام عن إقامة المجمعات السكنية بسبب السياسة الإسكانية التي اعتمدت لسنوات طويلة والتي أسهمت بشكل أو بآخر في تراجع نشاط القطاع العام في هذا المجال.
 3. ارتفاع كلف البناء والتعمير وبشكل خاص أسعار المواد الإنشائية (الحديد، الطابوق، الرمل،) فضلاً عن ارتفاع أجور العمل.
 4. توقف المصرف العقاري عن إقراض المواطنين.
 5. توجه العديد من التجار نحو إيجار البيوت كمخازن للمواد المستوردة.
 6. إطلاق القوانين التي تجيز لصاحب العقار زيادة الإيجارات السنوية.
 - 7.

التوصيات

1. نوصي الجهات ذات العلاقة بالاطلاع على هذه الدراسة لمعرفة الاحتمالات التنبؤية في المستقبل واتخاذ القرارات المناسبة عند التعامل مع أي وضع يطرأ على التغير في أسعار المستهلك.
2. استخدام هذه الدراسة لأجل التنبؤ بسعر الذهب خصوصاً وأنه اخذ بالارتفاع الملحوظ في الآونة الأخيرة
3. الاستفادة من هذه لدراسة في التنبؤ مستقبلاً بأسعار النفط في العالم خصوصاً في ضوء الأزمة المالية العالمية الراهنة.
4. الاستفادة من التجارب السابقة للبلدان التي وقعت تحت طائلة الأزمات المالية والاقتصادية بغية النهوض بالاقتصاد القومي للبلد ومواجهة التأثيرات السلبية التي قد تطرأ عليه مستقبلاً.

المصادر

1. الدجيلي، لمياء.(1997)، "بناء تخطيط القوى العاملة في المنشأة العامة لتوزيع كهرباء بغداد"، كلية الإدارة والاقتصاد - جامعة بغداد، العراق-بغداد
2. الربيعي، فاضل محسن، و عبد، صلاح حمزة.(2005)، "مقدمة في العمليات التصادية"، مديرية دار الكتب للطباعة والنشر، العراق - بغداد.
3. السعدي، خليل برهان الدين.(2007)، "تقلبات سعر صرف الدينار العراقي للمدة من عام 1996 لغاية منتصف عام 2005 والتنبؤ بسعره في المستقبل باستخدام سلاسل ماركوف"، كلية الإدارة والاقتصاد - جامعة بغداد، العراق - بغداد

4. السعيدى، أسماء.(2002)، "تقدير الاحتمالات الانتقالية لسلاسل ماركوف المنتهية غير المستقرة" كلية الإدارة والاقتصاد - جامعة بغداد، العراق - بغداد.
5. العذارى، فارس مسلم، والوكيل، علي عبد الحسين.(1991)، "العمليات التصادفية"، مطبعة جامعة الموصل، العراق.
6. المشهداني، محمود حسن، والدليمي، محمد مناجد.(1985)، "من طرق الإحصاء الأرقام القياسية والسلاسل الزمنية"، مطبعة جامعة بغداد، العراق - بغداد.
7. "الأساليب الإحصائية لقياس التضخم ودراسة آثاره وسبل معالجته".(1984)، المعهد العربي للتدريب والبحوث الإحصائية، العراق - بغداد.
8. برونسون.(1988)، "بحوث العمليات"، الدار الدولية للنشر والتوزيع، جمهورية مصر العربية، القاهرة.
9. تطور الاقتصاد العراقي".(2005)، وزارة التخطيط والتعاون الإنمائي - دائرة التخطيط الاقتصادي، وبرنامج الاستثمار المركزي، العراق - بغداد.
10. "حركة الأسعار ومستوى التضخم في الاقتصاد العراقي".(2005)، وزارة التخطيط والتعاون الإنمائي - دائرة التخطيط الاقتصادي/قسم الأسعار، العراق - بغداد.
11. ولسن، سام.(2004)، "علم الاقتصاد" ترجمه، دار النشر اللبنانية، لبنان - بيروت.

12. Bhat Tachagya, G.K, and Johnson, R.A.(1997),"Statistical concepts and methods", John Wiley & Sons, New York - USA.
13. Howrad, R.H.(1971), "Dynamic probabilistic systems", VOL(1), John Wiley & Sons, New York - USA.
14. Lee, T.C & Judge,G.G & Zellner,A .(1970), "Estimating the parameters of Markov probability model from aggregate time series data", (2nd edition), North Holland Poblisim Company, Netherlands -Amsterdam
15. Sirl, D.(2005), "Markov Chains ; An introduction review", University Of Queensland, Australia. <http://www.maths.uq.edu.au/dsirl>.