نوافذ مقترحة لتمهيد تقديرات الطيف لانموذج الانحدار الذاتي ثنائي المتغيرات

د .عباس لفته كنيهر

1-المقدمة

يوجد اتجاهان لتحليل السلاسل الزمنية يعرف الاول بتحليل مجال الوقت (Time Domain) والثاني يعرف بتحليل مجال التردد (Frequency Domain) , وان تحليل كل من هذين الاتجاه اما ان يكون احاديا (Univeriat) او متعدد المتغيرات (Multivariate) بحسب طبيعة السلاسل الزمنية فيما اذا كانت احادية المتغير او سلاسل زمنية متعددة المتغيرات.

التحليل الطيفي هو الاسم الذي يطلق على طرائق تقدير قدرة كثافة الطيف (Power Spectral) , والطريقة الطبيعية لتقليل تباين طيف العينة هو تمهيد هذا الطيف عند جوار التكرار المستهدف (Density) .العديد من الدراسات والبحوث التي طبقت على السلاسل الزمنية احادية المتغيرولذا كان من المناسب الخوض في دراسة طرائق تقدير الطيف للسلاسل الزمنية متعددة المتغيرات (ثنائي المتغيرات كحالة خاصة) , وتمهيد هذه التقديرات وبالاسلوب نفسه المعتمد في حالة السلاسل الزمنية احادية المتغير.

2-هدف البحث

يهدف البحث الى اقتراح نافذتين لتمهيد تقديرات الطيف المتعدد واستخدام المحاكاة بأسلوب (مونت كارلو) للمقارنة بين هاتين الطريقتين وبين اثنتين من الطرائق المهمة في تمهيد الطيف المتعدد.

3-متجه الانحدار الذاتي Vector of Autoregressive

ان متجه الانحدار الذاتي ذو الرتبة P يكتب بالشكل الاتي[1] :

$$y_t = c + \emptyset_1 y_{t-1} + \emptyset_2 y_{t-2} + \cdots + \varepsilon_t \qquad \ldots \qquad (1-a)$$

حيث ان:

C تمثل متجه (n×1) من الثوابت,وان $\emptyset_j$ تمثل مصفوفة (n×n) عناصرها تمثل معاملات الانحدار الذاتي لقيم j=1,2,... , وان ε_t متجه الاخطاء العشوائية (n×1) يتوزع توزيعا طبيعيا بمتجه اوساط صفريه ومصفوفة تباين وتباين مشترك قطرية Ω أي ان :

$$E(\varepsilon_t) = 0$$

$$E(\varepsilon_t \grave{\varepsilon}_\tau) = \begin{cases} \Omega & ;\text{for } t = \tau \\ 0 & ;\ otherwise \end{cases}$$

ان العزوم الثانية لمتجه الانحدار الذاتي y_t ذات الرتبة P , VAR(p) يمكن اشتقاقها وفقا للفرضيات الاتية [2]:

لتكن ξ_1 معرفة كالاتي:

$$\underset{(np \times 1)}{\xi_t} = \begin{bmatrix} y_t - \mu \\ y_{t-1} - \mu \\ \vdots \\ y_{t-p} - \mu \end{bmatrix} \qquad \dots \qquad (1-b)$$

وبفرض ان ξ_1 و y_t هما عمليتان مستقرتان بالنسبة لتبايناتهما المشتركة ,وبفرض ان Σ تمثل مصفوفة التباين والتباين المشترك لـ ξ_1

$$\Sigma = E(\xi_1 \acute{\xi}_1) = \left\{ \begin{bmatrix} (y_t - \mu) \\ (y_{t-1} - \mu) \\ \vdots \\ (y_{t-p} - \mu) \end{bmatrix} \times \left[(y_t - \mu) \quad (y_{t-1} - \mu)' \quad \dots \quad (y_{t-p+1} - \mu)' \right] \right\}$$

$$= \begin{bmatrix} \Gamma_0 & \Gamma_1 & . & . & \Gamma_{p-1} \\ \Gamma_1 & \Gamma_0 & \vdots & \vdots & \Gamma_{p-2} \\ \vdots & \vdots & . & . & \vdots \\ \Gamma_{p-1} & \Gamma_{p-2} & . & . & \Gamma_0 \end{bmatrix} \qquad \dots. \qquad (2)$$

حيث ان Γ_j تمثل التباين المشترك الذاتي (j) للعملية الاصلية y_t المتجه ξ_t الذي يمكن ان نحصل عليه من العلاقة الاتية :

$$\xi_t = F\xi_{t-1} + V_t \qquad \dots \qquad (3)$$

حيث ان:

$$F_{np \times np} = \begin{bmatrix} \emptyset_1 & \emptyset_2 & & \emptyset_{p-1} & \emptyset_p \\ I_n & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & I_n & & 0 & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & I_n \end{bmatrix} \qquad \dots \qquad (4)$$

$$\underset{npx1}{V_t} = \begin{bmatrix} \varepsilon_t \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ . \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \ldots \qquad (5)$$

وان:

$$E\left(V_t \acute{V}_\tau\right) = \begin{cases} Q & ; for\ t = \tau \\ 0 & ; other\ wise \end{cases} \qquad \ldots \qquad (6)$$

وان:

$$Q = \begin{bmatrix} \Omega & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & . & 0 \end{bmatrix} \qquad \ldots \qquad (7)$$

وباجراء عملية الضرب المؤخر للمتجه ξ_t في العلاقة (3) بمبدلته واخذ التوقع نحصل على :

$$E(\xi_t \acute{\xi}_t) = E(F\xi_{t-1} + V_t)(F\xi_{t-1} + V_t)' = FE(\xi_{t-1}\xi_{t-1})\acute{F} + E\left(V_t \acute{V}_t\right) \ldots (10)$$

$$\Sigma = F\Sigma\acute{F} + Q \qquad \ldots \qquad (8)$$

وبتطبيق عمليات (Vec Operation) على طرفي العلاقة نحصل على الاتي:

$$vec(\Sigma) = (F \otimes F).\, vec(\Sigma) + vec(Q) = (\textstyle\sum) + A.\, vec(\textstyle\sum) + vec(Q) \quad \ldots \quad (9)$$

حيث ان $\otimes$ يمثل ضرب الكرونيكر (Kronecker Product) أن $A = (F \otimes F)$.

4-الطيف لمتجه العمليات [3] :

لنفرض ان y_t هو متجه ذو بعد (n×1) وبمتوسط $E(y_t) = \mu$ وان مصفوفة التباين والتباين المشترك عند الازاحة k

$$E(\,y_t - \mu\,)\,(\,y_{t-k} - \mu\,)' = \Gamma_k \qquad \ldots. \qquad (12)$$

فأذا كانت $\{\Gamma_k\}_{k=-\infty}^{\infty}$ هي سلسلة من المتتابعات القبلة للجمع المطلق , وان Z ثابت معقد. فأن الدالة المولدة للعزوم لمصفوفة التباين المشترك الذاتي لـ (y_t) تعطي بالصيغة الاتية :

$$G_y(y_t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \Gamma_k \quad \ldots \quad (13)$$

أن الدالة $G_{y(z)}$ هي عبارة عن مصفوفة (n × n) مكونة من ارقام معقدة من خلال الثابت المعقد z . فأذا ما تم تقسيم العلاقة (8) على مقدار (2π) و من ثم جعل ($z = e^{tw}$) حيث ان w ثابت حقيقي وان $i = \sqrt{-1}$, النتيجة ستكون طيف المجتمع y .

$$s_y(w) = (2\pi)^{-1} G_y\left(e^{iw}\right) = (2\pi)^{-1} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \Gamma_{k^{e^{iw}}} \quad \ldots \quad (14)$$

طيف المجتمع ماهو الا مصفوفة ($n \times n$) من الاعداد المركبة عند ثات حقيقي w وعند ضرب أي من عناصر المصفوفة $\left(s_{y=(w)}\right)$ بالمقدار e^{tw} من ثم مكالمة الدالة بالنسبة لـ (w) بحدود تكامل (π , $-\pi$) فأن النتيجة ستكون عبارة عن العنصر المتوافق مع عناصر المصفوفة k من مصفوفات التباين المشترك الذاتي للمتجه y .

$$\int_{-\pi}^{\pi} s_{y(w)} e^{tw} dw = \Gamma_k \quad \ldots \quad (15)$$

لذلك وكما في حالة احادية المتغير , فأن المتتابعات من المصفوفات $[\Gamma_k]_{k=-\infty}^{\infty}$ والدالة المتمثلة بطيف المجتمع $S_{y(w)}$ تحتوي على نفس المعلومات وكحالة خاصة عندما K=0 فأن المعلومات (10) تؤدي الى

$$\int_{-\pi}^{\pi} s_{y(w)} dw = \Gamma_0 \quad \ldots \quad (16)$$

وبعبارة اخرى فان المساحة تحت منحني طيف المجتمع هي المصفوفة غير الشرطية للتباين والتباين المشترك للمتجه y وهي بالمصفوفة (Γ) .

5-الطيف للمتجه ثنائي المتغيرات

يعد متجه الانحدار الذاتي ثنائي المتغيرات حالة خاصة من حالات السلاسل الزمنية متعددة المتغيرات ,وهي الحالة التي يكون فيه y_t مكون من متغيرين هما $y_{1,t}$ و $y_{2,t}$ الذي يمكن تمثيله بالاتي:

$$y_t \begin{bmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{bmatrix} \quad \ldots \quad (17)$$

مصفوفة التباين والتباين المشترك ذات الدرجة K تكون

$$\Gamma_k = \begin{vmatrix} (y_{1t} - \mu_{y1})(y_{1t} - \mu_{y1}) & (y_{1t} - \mu_{y1})(y_{2t} - \mu_{y2}) \\ (y_{2t} - \mu_{y2})(\ y_{1t} - \mu\ ) & (y_{2t} - \mu_{y1})(y_t - \mu_{y2}) \end{vmatrix} \quad \dots (18)$$

$$[\gamma_{y2y2} \quad \gamma^{(k)}{}_{y2y2}]$$

عليه سيكون $\Gamma_{-k} = \acute{\Gamma}_k$ وبما أن :

$$\gamma_{y1y1}^{(k)} = \gamma_{y2y2}^{(-k)}$$

$$\gamma_{y2y2}^{(k)} = \gamma_{y2y2}^{(-k)}$$

$$\gamma_{y1y2}^{(k)} = \gamma_{y2y1}^{(-k)}$$

ففي هذه الحالة أي التي يكون فيها (n = 2) فان مصفوفة طيف المجتمع للمتجه y ستكون:

$$s_y(w) = \frac{1}{2\pi}\begin{bmatrix} \sum_{k=-\infty}^{\infty} y_{y1y1}^{(k)} e^{-iwk} & \sum_{k=-\infty}^{\infty} y_{y1y1}^{(k)} e^{-iwk} \\ \sum_{k=-\infty}^{\infty} y_{y2y1}^{(k)}\, e^{-iwk} & \sum_{k=-\infty}^{\infty} y_{y2y2}^{(k)}\, e^{-iwk} \end{bmatrix} \dots \quad (19-a)$$

$$S_Y(W) = \begin{bmatrix} \sum_{k=-\infty}^{\infty} y_{y1y1}^{(k)}\{\cos(wk) - i\sin(wk)\} & \sum_{k=-\infty}^{\infty} y_{y1y2}^{(k)}\{\cos(wk) - i\sin(wk)\} \\ \sum_{k=-\infty}^{\infty} y_{y2y1}^{(k)}\{\cos(wk) - i\sin(wk)\} & \sum_{k=-\infty}^{\infty} y_{y2y2}^{(k)}\{\cos(wk) - i\sin(wk)\} \end{bmatrix}$$

(19 - b)

باستخدام العلاقة (14) والعلاقة (15) والاخذ بنظر الاعتبار الحقائق الر ياضية

$\sin(\theta) = 0$, وأن $\sin(-wk) = -\sin(wk)\ in(wk)$ وعليه فان الحدود والمركبات التخيلية ستختفي من عناصر القطر الرئيس لمصفوفة الطيف.

$$\boldsymbol{s_y(w) = \frac{1}{2\pi}\begin{bmatrix} \sum_{k=-\infty}^{\infty} y_{y1y1}^{(k)}\{\cos(wk)\} & \sum_{k=-\infty}^{\infty} y_{y1y2}^{(k)}\{\cos(wk) - i\sin(wk)\} \\ \sum_{k=-\infty}^{\infty} y_{y2y1}^{(k)}\{\cos(wk) - i\sin(wk)\} & \sum_{k=-\infty}^{\infty} y_{y2y2}^{(k)}\{\cos(wk)\} \end{bmatrix}}$$

(20)

والنتيجة ستكون ($y^{(k)}_{y1y2} = y^{(k)}_{y1y2}$) فان عناصر مصفوفة الطيف الخارجة عن القطر الرئيس سوف تبقى اعداد معقدة .

6-الطيف المتقاطع والطيف المشترك والطيف التربيعي

The cross spectrum , co. spectrum, and Quadratic spectrum.

أن العنصر الايسر الاسفل من مصفوفة الطيف في العلاقة (19) , يعرف على انه طيف المجتمع المتقاطع من y1 الى y2 [2].

$$s_{y2y1}(w) = (2\pi)^{-1} \sum_{k=-\infty}^{\infty} y^{(k)}_{y2y}\{\cos(wk) - i\sin(wk)\} \quad \dots \quad (21)$$

الطيف المتقاطع يمكن ان يكتب بتجزئته الى مركباته الحقيقية والخيالية وكالاتي :

$$s_{y2y1}(w) = C_{y2y1}(w) + iq_{y2y1}(w) \quad \dots \quad (22)$$

المركبة الحقيقية للطيف المتقاطع تعرف بالطيف المشترك بين (Co spectrum) بين y1 , y2

$$C_{y2y1}(w) = (2\pi)^{-1} \sum_{k=-\infty}^{\infty} y^{(k)}_{y1y1} \cos(wk) \quad \dots \quad (23)$$

يكون بمقدور احدنا ان يتحقق ومن خلال العلاقة (16) وحقيقة كون أن $\cos(-wk) = \cos(wk)$

$$C_{y2y1}(w) = C_{y1y2} \quad \dots \quad (24)$$

المركبة الخيالية لطيف المجتمع المتقاطع تعرف على انها الطيف التربيعي Quadrature Spectrum من y1 الى y2 :

$$q_{y2y1}(\mathrm{w}) = -(2\pi)^{-1} \sum_{k=-\infty}^{\infty} y^{(k)}{}_{y2y1} \sin(\mathrm{wk}) \quad \dots \quad (24)$$

كذلك يكون بمقدورنا ان نتحقق ومن خلال العلاقة (16) وحقيقة كون ان $\sin(-wk) = -\sin(\mathrm{wk})$ ان الطيف التربيعي من y_1 الى y_2 يكون مساويا الى الطيف التربيعي السالب من y2 الى y1 :

$$q_{y2y1}(\mathrm{w}) = -q_{y1y2}(w) \quad \dots \quad (25)$$

من جدير باالملاحظة ان $C_{y2y1}(\mathrm{w})$ و $q_{y2y1}(\mathrm{w})$ كلاهما قيم حقيقية ودورية وكل منهما يمثل دالة في المتغير (w) أي ان :

$$C_{y1y2}(w+2\pi j) = C_{y2y1}(w) \qquad for\ j = \pm1, \pm2, \pm\cdots \quad \ldots \quad (26-a)$$

$$q_{y1y2}(w+2\pi j) = q_{y2y1}(w) \qquad for\ j = \pm1, \pm2, \pm\cdots \quad \ldots \quad (26-b)$$

بالأضافة الى ذلك فانه ومن خلال العلاقة (21) يتبين لنا ان :

$$C_{y2y1}(-w) = -q_{y2y1}(w) \qquad \ldots \quad (27)$$

بينما العلاقة ...تبين

$$C_{y2y1}(-w) = -q_{y2y1}(w) \qquad \ldots \quad (28)$$

عليه فان الطيف المشترك والطيف التربيعي سيكون محدداً وبشكل تام من خلال قيم (w) المحصورة بين (π,0)

العلاقة (11) تؤدي الى ان التكامل للطيف المتقاطع يعطي التباين المشترك غير المشروطة بين y1 و y2

$$\int_{-\pi}^{\pi} \mathrm{s}_{y2y1}(\mathrm{w})\mathrm{dw} = E(y_{2t} - \mu_{y2})(y_{1t} - \mu_{y1}) \qquad \ldots \quad (29)$$

بينما العلاقة (27) تشير الى ان التكامل للطيف التربيعي يكون مساويا للصفر.

الطيف المشترك بين y1 و y2 عند التكرار W يمكن ان يفسر على انه التباين المشترك بين y1 و y2 واتي تعزى الى دورات التكرار w , وبما ان التباين المشترك يمكن ان يكون موجبا او سالبا ,الامر الذي يجعل من دالة C_{y2y2} موجبة لبعض التكرارات وسالبة للتكرارات الاخرى.

7-تقدير طيف المجتمع [4] :

Estimation of the population spectrum.

طيف المجتمع لمتجه الانحدار الذاتي VAR(2) المستقرة يكتب بالشكل الاتي :

$$s_y(w) = (2\pi)^{-1}\{I_n - \phi_1 e^{-tw} - \phi_2 e^{-2tw} \ldots - \phi_p e^{-piw}\}^{-1}\,\Omega\,\{I_n - \phi_1 e^{1-2tw} - \phi_2 e^{2tw} \ldots - \acute{\phi}_p e^{piw}\}^{-1} \qquad (30)$$

حيث ان Ω تمثل مصفوفة التباين والتباين المشترك لمتجه الخطا العشوائي ε_1 المصاحب لنموذج الانحدار الذاتي ثنائي المتغيرات. لذا يتم تقدير معالم المجتمع $\emptyset s$ من مشاهدات السلسلة

الزمنية التي يمكن ان توصف بمتجه انحدار ذاتي من الدرجة الثانية , وباستخدام طريقة المربعات الصغرى ومن ثم تعويض هذه التقديرات في المعادلة (30).

نوافذ الازاحة

لابد لتقديرات الطيف من التمهيد وذلك لغرض الحصول على تقديرات مفيدة بالنسبة للطيف المتقاطع ويكون ذلك بتطبيق الدالة الموزونة $w(.)$ للطيف المتقاطع المقدر $C_{y2y1}(w)$ عند التكرار : (w)

$$C_{y2y1}(w) = \sum_{m=-h}^{h} w(k)\,\hat{C}_{y2y1}(w_{j+m}) \quad \dots \quad (31)$$

حيث ان :

$$w_{\mathrm{j+m}} = 2\pi\,(j+m)/n \quad \dots \quad (32)$$

وان h تمثل نقطة القطع وتعتمد على حجم العينة بحيث يكون ($h \le n-1$) وان $w(k)$ تمثل الدالة الموزونة , وتسمى بنافذة الازاحة والتي تشتق من دالة موزونة اخرى تكون زوجية وتحقق الاتي [4] .

$$w(0) = 1$$

$$w(\chi) = w(-\chi)$$

$$w(\chi) = 0 \qquad if \quad |\chi| > 1$$

نوافذ الازاحة التي استخدمت في البحث

تركز اهتمام الباحثين في السنوات الاخيرة على ايجاد افضل التقديرات للطيف من خلال استخدام العديد من نوافذ الازاحة , وحسب ما متيسر لنا من المراجع المحلية والاجنبية لوحظ ان غالبية هذه النوافذ قد استخدمت في مجال السلاسل الزمنية الاحادية المتغر ,اما يخص النوافذ المستخدمة في مجال السلاسل الزمنية المتعددة المتغيرات فقد ذكرت بصورة نظرية في مؤلف هاملتون (Hamilton) الذي ذكر اثنتين من هذه النوافذ واصفا الاولى بانها واحدة من افضل طرائق تمهيد الطيف ولم يذكر اسم مقترحها , لذا تمت تسميتها في هذا البحث بنافذة هاملتون (Hamilton) تميزا لها عن باقي الطرائق ,اما الثانية فهي نافذة بارتليت (Bartlett) , وفي السياق نفسه تم اقتراح نافذتين سميتا ب Proposed 1, and Proposed 2 كالاتي :

1- نافذة هاملتون

وهي النافذة التي وصفت على انها واحدة من افضل طرائق التقدير الممهد للطيف المتعدد المتغيرات

$$w_h^h(k)\begin{cases}\dfrac{h+1-|k|}{(h+1)^2} & for\ |k|\le h\\ 0 & for\ |k|>h\end{cases} \quad \cdots \quad (33)$$

حيث ان h هي نقطة القطع بحيث تكون من (n-1) وان .....$\pm$,2$\pm$,1$\pm$,k=o

2- نافذة بارتليت

اقترح بارتليت Bartlett نافذة الازاحة الاتية[2]:

$$w_h^h=\begin{cases}1-\dfrac{k}{h+1} & ;|k|\le h\\ 0 & ;|k|>h\end{cases} \quad \cdots \quad (34)$$

حيث ان h هنا ايضا تمثل نقطة القطع h≤n-1 .

3- النافذة المقترحة

من مبدأ ان اختيار النافذة يجب ان تكون متماثلة وتتناسب عكسيا مع حجم K وكذلك يجب ان تحقق الشروط الواردة في الصيغة ... تم اقتراح نافذة الازاحة الاتية :

$$w_n^{p1}(k)=\begin{cases}\dfrac{1-|k|/h}{(1-|k|/h^2)} & ;\ |k|\le h\\ o & ;\ |k|>h\end{cases} \quad \cdots \quad (35)$$

والتي اشتقت من الدالة الموزونة المستمرة .

$$w(x)=\begin{cases}\dfrac{1-|x|}{(1+|x|)^2} & ;|x|\le 1\\ 0 & ;\ |x|>1\end{cases} \quad \cdots \quad (36)$$

4- النافذة المقترحة

بسبب ان Γ_k متماثلة وتكون اقل وثوقا عندما تكون الازاحة K كبيرة ,وبما انه يجب ان تختار نافذة الازاحة بحيث تتناسب عكسيا مع K , لذا وعند اجراء تعديل على النافذة المقترحة Proposed1 وذلك بحذف التربيع من المقام في العلاقة ... ودائما موجب واكبر من الواحد , لذلك فعند اجراء التعديل المذكور نتوقع ان تتناقص الدالة الموزونة w(k) بزيادة الازاحة k بتناقص اقل حدة مما هو عليه في النافذة المقترحة Proposed1 والنافذة الجديدة تكون بالصيغة .

$$w_n^{p^2}(k) = \begin{cases} \frac{1-|k|/h}{1+|k|/h} & ;|k| \le h \\ 0 & ;|k| > h \end{cases} \quad \ldots \quad (37)$$

واتي اشتقت من الدالة الموزونة المستمرة .

$$w(x) = \begin{cases} \frac{1-|x|}{1+|x|} & ;|x| \le 1 \\ 0 & ;|x| > 1 \end{cases} \quad \ldots \quad (38)$$

التماسك

تماسك المجتمع بين y1 و y2 هو قياس للدرجة التي يكون فيها y2 و y1 يتاثران وبصورة مشتركة بدورات التكرار ..., وهذا القياس يجمع في ان واحد الاستدلالات للطيف المشترك والطيف التربيعي ويعرف بالصيغة الاتية :

$$\hat{h}_{y2y1(w)} = \frac{\left[\hat{C}_{y2y1(w)}\right]^2 + \left[\hat{q}_{y2y1}(w)\right]^2}{\hat{s}_{y2y2(w)} \quad \hat{s}_{y1y1(w)}} \quad \ldots \quad (39)$$

على فرض ان $\hat{s}_{y1y1(w)}$ و $\hat{s}_{y2y2(w)}$ لايساويان الصفر . فأذا كان $\hat{s}_{y1y1(w)}$ و $\hat{s}_{y2y2(w)}$ مساو للصفر ففي هذه الحالة يكون التماسك مساو للصفر .

من الجدير بالملاحظة ان $0 \le h_{y2y1(w)} \le 1$ لجميع قيم w طالما يكون y1,y2 مستقرين من حيث تبايناتهما المشتركة Covariance Stationary بمتتابعات من مصفوفات التباينات الذاتية المشتركة القابلة للجمع المطلق , وكلما كانت قيمة (w) h_{y2y1} كبيرة دل ذلك على ان y1,y2 يمتلكان دورات مشتركة مهمة بالنسبة للتكرار w اما اذا كانت قيمة (w) h_{y2y1} ضعيفة فهذا يعني عدم الوثوق بتقديرات الربح والطور .[2]

الربح Gain والطور phase

بما انه يمكن ان يوصف الطيف المشترك Co spectrum والطيف التربيعي Quadrate spectrum بشكل المحاور القطبية , لذا وفي هذه الحالة فأن الطيف المتقاطع من y1 الى y2 يمكن ان تكتب بالشكل الاتي : [2]

$$s_{y2y1(w)} = C_{y2y1}(w) + i.q_{y2y1}(w) = R(w).exp[i.\theta(w)] \quad \ldots \quad (40)$$

وأن $\theta(w)$ تمثل زاوية الاشعاع التي تحقق الاتي :

$$\frac{\sin[\theta(w)]}{\cos[\theta(w)]} = \frac{q_{y2y1}(w)}{C_{y2y1}(w)} \quad \ldots \quad (41)$$

الدالة $R(\theta)$ يطلق عليها احيانا بالربح Gain بينما $\theta(w)$ يطلق عليها بالطور phase, وفي احيان اخرى يعرف الربح بالدالة $R(w)/s_{y1y2}(w)$

من العلاقة (41) يمكن ان نستنتج ان :

$$\theta(w) = tan^{-1}\left[q_{y2y1}(w)/C_{y2y1}(w)\right] \quad \ldots \quad (42)$$

اذا فالطور يمثل مقياسا لمدى كون احدى السلاسل تقود الى الاخرى . فمثلا اذا كان الطور سالبا فهذا يعني ان مركبة التكرار w لـ y2 تقود الى مركبة التكرار w لـ y1 والعكس صحيح اذا كان الطور موجبا . ان زاوية الاشعاع $\theta(w)$ ماهي الا الزاوية المحصورة بين الجزء الموجب من المحور $C_{y2y1(w)}$ والخط الذي يربط نقطة الاصل بالنقطة $\left(C_{y2y1}\ , q_{y2y1}\right)$ والتي تكون ضمن المدى $\left(-\pi,\pi\right)$.

تحليل نتائج مونت كارلو

تجارب المحاكاة تمثلت بتوليد متجه انحدار ذاتي ثنائي المتغيرات من الرتبة الاولى بـ(50) مشاهدة , بمصفوفات معالم مختلفة بحيث جميعها يحقق شرطي الاستقرارية والانعكاس , وكذلك تمثل حالات مختلفة من القيم الذاتية لمصفوفة المعالم حيث كان البعض يحقق $0.5 < |\lambda_1|$ الاخر $0.5 > |\lambda_1|$ وكذلك الحالة التي يكون فيها احدى القيم اقل من 0.5 والاخر اكبر من 0.5 أي $\lambda_1 1 > 0.5\ and\ \lambda_2 < 0.5$ بحيث تم الاخذ بنظر الاعتبار كل الحالات الممكنة للأستقرارية المطلوبة . وقد كررت التجربة (100) مرة النتائج عرضت في الجداول الاتية .

من ملاحظة الجدول رقم (2) الخاصة بتجارب المحاكاة لطرائق التمهيد عندما تكون $0.5 < |\lambda_1|$ يتبين لنا بأن طرائق (Hamilton و Bartlett) قد اظهرتا قيما للتماسك (coh) اكبر من الواحد الامر الذي يجعل من هذه الطرائق غير مرغوبا فيها في هذه الحالة اما طريقتا proposed1 و proposed 2 فقد اظهرتا قيما عالية للتماسك وبصورة مقبولة مع افضلية سجلتها طريقة proposed 2 ولجميع دورات التكرار W اما بالنسبة لمعيار الربح GAIN فقد اظهرت طريقة proposed 2 قيما عالية جدا وبفارق كبير جدا عن اقرب الطرائق لها وهي طريقة proposed1 والتي بدورها ايضا سجلت افضلية ملحوظة عن باقي الطرائق .

اما بالنسبة للجدول رقم (1) والخاص بطرائق التمهيد عندما تكون احدى القيم المطلقة للقيم الذاتية اكبر (0.5) ومطلق الاخرى اقل من (0.5) والتي تحقق شرطي الاستقلالية والانعكاس .

نتائج التقدير تشير الى عدم الوثوق بتقديرات Bartlett لكونها اظهرت تماسكا اكبرمن الواحد اما الطرائق المتبقية فقد اظهرت تماسكا عاليا لدرجة لايمكن معها بيان افضلية احدهما على الاخرى .

جدول رقم (1)

نتائج تمهيد التقديرات للطيف المتعدد وفقا للطرائق المختلفة وعندما تكون $|\lambda_i| < 0.5$

Frq.	PROPOSED2			PROPOSED1			BARTLETT			HAMILTON		
	phase	gain	coh	phase	gain	coh	phase	gain	coh	phase	gain	coh
0.125	0.36	2805.228	0.949	0.36	2721.449	0.913	8.18E-04	31.726	1.055	0.36	141.46	0.921
0.251	0.36	2805.228	0.949	0.36	2721.449	0.913	8.18E-04	31.726	1.055	0.36	141.46	0.921
0.377	0.36	2805.228	0.949	0.36	2721.449	0.913	8.18E-04	31.726	1.055	0.36	141.46	0.921
0.502	0.944	2845.791	0.948	0.944	2817.689	0.912	-4.08E-04	31.742	1.053	0.944	146.443	0.92
0.628	0.944	2845.791	0.948	0.944	2817.689	0.912	-4.08E-04	31.742	1.053	0.944	146.443	0.92
0.754	0.944	2845.791	0.948	0.944	2817.689	0.912	-4.08E-04	31.742	1.053	0.944	146.443	0.92
0.88	0.944	2845.791	0.948	0.944	2817.689	0.912	-4.08E-04	31.742	1.053	0.944	146.443	0.92
1.005	0.944	2845.791	0.948	0.944	2817.689	0.912	-4.08E-04	31.742	1.053	0.944	146.443	0.92
1.131	0.944	2845.791	0.948	0.944	2817.689	0.912	-4.08E-04	31.742	1.053	0.944	146.443	0.92
1.257	0.944	2845.791	0.948	0.944	2817.689	0.912	-4.08E-04	31.742	1.053	0.944	146.443	0.92
1.382	0.944	2845.791	0.948	0.944	2817.689	0.912	-4.08E-04	31.742	1.053	0.944	146.443	0.92
1.508	1.174	2886.362	0.949	1.174	2913.935	0.915	-1.64E-03	31.839	1.062	1.174	151.445	0.923
1.634	1.174	2886.362	0.949	1.174	2913.935	0.915	-1.64E-03	31.839	1.062	1.174	151.445	0.923
1.76	1.174	2886.362	0.949	1.174	2913.935	0.915	-1.64E-03	31.839	1.062	1.174	151.445	0.923
1.885	1.174	2886.362	0.949	1.174	2913.935	0.915	-1.64E-03	31.839	1.062	1.174	151.445	0.923
2.011	1.174	2886.362	0.949	1.174	2913.935	0.915	-1.64E-03	31.839	1.062	1.174	151.445	0.923
2.137	1.174	2886.362	0.949	1.174	2913.935	0.915	-1.64E-03	31.839	1.062	1.174	151.445	0.923
2.262	1.174	2886.362	0.949	1.174	2913.935	0.915	-1.64E-03	31.839	1.062	1.174	151.445	0.923
2.388	1.174	2886.362	0.949	1.174	2913.935	0.915	-1.64E-03	31.839	1.062	1.174	151.445	0.923
2.514	1.262	2916.766	0.951	1.262	2986.063	0.917	-2.56E-03	31.988	1.075	1.262	155.231	0.926
2.64	1.262	2916.766	0.951	1.262	2986.063	0.917	-2.56E-03	31.988	1.075	1.262	155.231	0.926
2.765	1.262	2916.766	0.951	1.262	2986.063	0.917	-2.56E-03	31.988	1.075	1.262	155.231	0.926
2.891	1.262	2916.766	0.951	1.262	2986.063	0.917	-2.56E-03	31.988	1.075	1.262	155.231	0.926
3.017	1.262	2916.766	0.951	1.262	2986.063	0.917	-2.56E-03	31.988	1.075	1.262	155.231	0.926
3.142	1.262	2916.766	0.951	1.262	2986.063	0.917	-2.56E-03	31.988	1.075	1.262	155.231	0.926

جدول رقم (2)

نتائج تمهيد التقديرات للطيف المتعدد وفقا للطرائق المختلفة وعندما تكون $|\lambda_i| > 0.5$

Frq.	PROPOSED2			PROPOSED1			BARTLETT			HAMILTON		
	phase	gain	coh	phase	gain	coh	phase	gain	coh	phase	gain	coh
0.125	0.36	22591.95	0.982	0.36	901.49	0.862	5.05E-03	108.294	0.974	0.36	324.013	1.292
0.251	0.36	22591.95	0.982	0.36	901.49	0.862	5.05E-03	108.294	0.974	0.36	324.013	1.292
0.377	0.36	22591.95	0.982	0.36	901.49	0.862	5.05E-03	108.294	0.974	0.36	324.013	1.292
0.502	0.944	23439.13	0.985	0.944	996.314	0.812	-2.35E-03	105.82	0.915	0.944	341.185	1.292
0.628	0.944	23439.13	0.985	0.944	996.314	0.812	-2.35E-03	105.82	0.915	0.944	341.185	1.292
0.754	0.944	23439.13	0.985	0.944	996.314	0.812	-2.35E-03	105.82	0.915	0.944	341.185	1.292
0.88	0.944	23439.13	0.985	0.944	996.314	0.812	-2.35E-03	105.82	0.915	0.944	341.185	1.292
1.005	0.944	23439.13	0.985	0.944	996.314	0.812	-2.35E-03	105.82	0.915	0.944	341.185	1.292
1.131	0.944	23439.13	0.985	0.944	996.314	0.812	-2.35E-03	105.82	0.915	0.944	341.185	1.292
1.257	0.944	23439.13	0.985	0.944	996.314	0.812	-2.35E-03	105.82	0.915	0.944	341.185	1.292
1.382	0.944	23439.13	0.985	0.944	996.314	0.812	-2.35E-03	105.82	0.915	0.944	341.185	1.292
1.508	1.174	24286.46	0.988	1.174	1091.402	0.823	-9.95E-03	116.363	1.191	1.174	361.264	1.292
1.634	1.174	24286.46	0.988	1.174	1091.402	0.823	-9.95E-03	116.363	1.191	1.174	361.264	1.292
1.76	1.174	24286.46	0.988	1.174	1091.402	0.823	-9.95E-03	116.363	1.191	1.174	361.264	1.292
1.885	1.174	24286.46	0.988	1.174	1091.402	0.823	-9.95E-03	116.363	1.191	1.174	361.264	1.292
2.011	1.174	24286.46	0.988	1.174	1091.402	0.823	-9.95E-03	116.363	1.191	1.174	361.264	1.292
2.137	1.174	24286.46	0.988	1.174	1091.402	0.823	-9.95E-03	116.363	1.191	1.174	361.264	1.292
2.262	1.174	24286.46	0.988	1.174	1091.402	0.823	-9.95E-03	116.363	1.191	1.174	361.264	1.292
2.388	1.174	24286.46	0.988	1.174	1091.402	0.823	-9.95E-03	116.363	1.191	1.174	361.264	1.292
2.514	1.262	24921.45	0.99	1.262	1160.68	0.84	-1.63E-03	130.203	1.678	1.262	377.769	1.292
2.64	1.262	24921.45	0.99	1.262	1160.68	0.84	-1.63E-03	130.203	1.678	1.262	377.769	1.292
2.765	1.262	24921.45	0.99	1.262	1160.68	0.84	-1.63E-03	130.203	1.678	1.262	377.769	1.292
2.891	1.262	24921.45	0.99	1.262	1160.68	0.84	-1.63E-03	130.203	1.678	1.262	377.769	1.292
3.017	1.262	24921.45	0.99	1.262	1160.68	0.84	-1.63E-03	130.203	1.678	1.262	377.769	1.292
3.142	1.262	24921.45	0.99	1.262	1160.68	0.84	-1.63E-03	130.203	1.678	1.262	377.769	1.292

النتائج والتوصيات

أولاً : النتائج :-

بعد اجراء تجارب المحاكاة تم التوصل للنتائج الاتية :

1- قد سجلت Proposed2 افضلية مطلقة في التقدير من حيث التماسك والربح .
2- سجلت طريقة Proposed 1 قبولا من حيث التماسك وكذلك سجلت افضلية كبيرة عن الطريقتين الاخريين .
3- أظهرت طريقة Bartlett غير مقبولة للتماسك عند بعض دورات التكرار مما يجعلها طريقة غير مرغوباً فيها في هذه حالة (على مستوى التجربة في اقل تقدير).

ثانياً : التوصيات :

بعد التوصل للنتائج الخاصة بالتجربة اعلاه يوصي الباحث بالاتي :

1- تطبيق الطرائق اعلاه على نماذج انحدار ذاتي متعدد بدرجات اعلى .
2- تطبيق الطرائق على نماذج اخرى غير الانحدار الذاتي وبدرجات مختلفة .

References :

1- Box, G.E.P. & Jenkins, G.M. , (1976) " Time Series Analysis : Forecasting "; Revised Edition; San Francisco; Holden day .
2- Hamiliton, J.D.; (1994); "Time Series Analysis" ;U.S.A.
3- Hannan, E.J.; (1970) ; "Multiple Time Series ";New York; John Wiley.
4- Wei, W.S.; (1990); Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods"; Addison – Wiley Publishing Comp .