مقارنة بعض طرق التقدير لمعلمات توزيع القيم المتطرفة باعتماد المحاكاة

Compare some estimation methods for parameters of extreme value distribution by simulation

أ.م.د. نزار مصطفى الصراف
تدريسي قسم الإحصاء
كلية الإدارة والاقتصاد
جامعة بغداد
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

أ.م.د.وليد عبدا لله ارحيمه
رئيس قسم تقنيات المعلوماتية
الكلية ألتقنيه الاداريه –بغداد
هيئة التعليم التقني
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

الخلاصة(Abstract)

تضمن البحث دراسة خواص توزيع القيم المتطرفة مع أهم الدوال ألعائده له تمهيدا لاستخدام هذه الدوال في تقديم بعض طرائق التقدير لمعلمات هذا التوزيع مع تقديم تجارب محاكاة لعدة احجام وعدة اقيام لمعلمات التوزيع في محاولة لتوظيف متوسط مربعات الخطأ لمعرفة تحرك المقدرات المقدمة وفق هذه الطرق وتحديد طريقة التقدير الأفضل من بين الطرق المدروسة

كلمات مفتاحيه (Key words)

دالة كثافة الاحتمال,الدالة التجميعية,توزيع القيم المتطرفة,طريقة الامكان الأعظم,طريقة العزوم ,طريقة جكنايف ,طريقة شرنكيج,متوسط مربعات الخطا,تجارب المحاكاة.

Abstract

Research has included study of extreme value distribution properties with most important functions which it is used in some estimation methods for the parameters distribution also research include simulation experiments with various sample sizes and parameters values using mean square error to determined the best estimation method

Keywords

Probability density function, cumulative distribution function, extreme value distribution, maximum likelihood estimation method, moment method, jackknife method, shrinkage method, mean square error, simulation experiment.

(1)المقدمة (the introduction)

يعتبر توزيع القيمة المتطرفة للنهاية الصغرى من التوزيعات الاحتمالية المستمرة المهمة وذلك بسبب التطبيقات الواسعة والتي تتناول الظواهر الطبيعية التي لاتحدث بشكل منتظم بل تسلك سلوك التطرف مثل العواصف الترابية ,الزلازل ,البراكين والفيضانات ... الخ لذا فان عملية دراسة تقدير معالم التوزيع من الامور المهمة التي تهدف الوصول الى قيم تقديرية تكون اقرب لمعلمة التوزيع الحقيقية .

(2)هدف البحث (objective)

يهدف البحث الى دراسة بعض طرائق التقدير مع اجراء تجارب محاكاة لمعرفة مدى تغاير هذه الطرق من حيث القدرة على تقديم متوسط مربعات خطأ هو الاقل , كما ويهدف البحث الى تقديم طريقة تقدير مقترحة تقوم بالمزج بين طرق التقدير المعلمية واللامعلمية .

(3)توزيع القيم المتطرفة (extreme value distribution)

هناك ثلاث انواع من توزيعات القيم المتطرفة ويعتبر توزيع كمبل (Gumbel distribution)من اكثر الانواع استخداما حيث يملك نوعين هما توزيع كمبل للقيمة العظمى(Max - Gumbel distribution) وتوزيع كمبل للقيم الصغرى (Min-Gumbel distribution) وسوف يتم التركيز على النوع الثاني وهو توزيع كمبل للقيم الصغرى .

ان دالة الكثافة الاحتمالية (Probability density function) تاخذ الصيغة التالية :

$$f(x)=\frac{1}{\sigma}e^{-(\frac{x-\mu}{\sigma})}e^{-e^{(\frac{x-\mu}{\sigma})}} \quad \ldots (1) \qquad \begin{array}{l} x,\mu\in R \\ \sigma>0 \end{array}$$

اما الدالة التجميعية(cumulative function) فهي :

$$F(x)=1-e^{-e^{(\frac{x-\mu}{\sigma})}} \quad \ldots(2)$$

حيث ان

$$\bar{x}=\mu-\gamma\sigma \quad \ldots(3)$$

$$v=\frac{1}{2}\pi^2\mu^2 \quad \ldots(4)$$

$$\gamma_1 = \frac{-12\sqrt{\sigma}\,\delta_{(3)}}{\pi^3} \quad ...(5)$$

وتمثل كل من:-

$\overline{X}$ من الوسط الحسابي **(*mean*)**

V التباين **(Variance)**

γ_1 الالتواء **(Skewness)**

γ_2 التفلطح **(Kurtosis)**

اما كل من :-

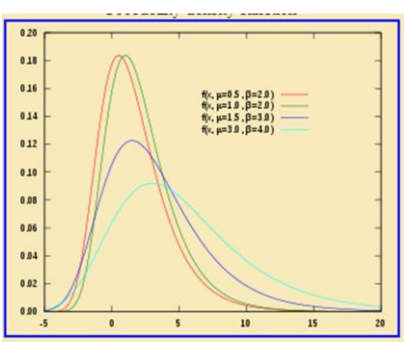
γ تمثل ثابت ايلير **(Euler mascheroni constant)**

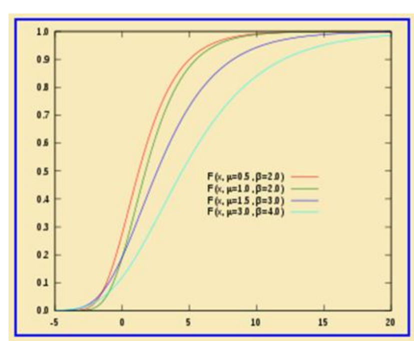
$\delta_{(3)}$ تمثل **(Aperys constant)**

والتي تساوي

$$\gamma = 0.577$$
$$\delta_{(3)} = 1.202$$

ويكون شكل دالة الكثافة الاحتمالية والدالة التجميعية موضحا بالاشكال التالية شكل رقم (1)





شكل رقم (1)

دالة كثافة الاحتمال (probability density function) والدالة التجميعيه (cumulative function) لتوزيع (gamble min)

(4) **طرائق التقدير** (estimation methods)

(4-1)طريقة الامكان الاعظم (Maximum Likelihood Estimation)

تعتمد هذه الطريقة في حساباتها على دالة الامكان الاعظم للتوزيع التي يمكن الحصول عليها من خلال

$$f(x) = \frac{1}{\sigma} e^{-(\frac{x-\mu}{\sigma})} e^{-e^{(\frac{x-\mu}{\sigma})}}$$

$$L = \prod_{i=1}^{n} f(x_i, \mu, \sigma)$$

$$Ln(L) = -nLn\sigma - \sum(\frac{x_i - \mu}{\sigma}) - \sum e^{-(\frac{x_i-\mu}{\sigma})} \quad .....(6)$$

وباخذ المشتقة الجزئية والتبسيط نحصل على

$$\frac{\partial LnL}{\partial \mu} = \frac{n}{\sigma} - e^{\frac{\mu}{\sigma}} \sum e^{-\frac{x_i}{\sigma}} . \frac{1}{\sigma}$$

$$\hat{\mu}_{MLE} = -\hat{\sigma}[\frac{1}{n} Ln \sum e^{-\frac{x_i}{\sigma}}] \quad ....(7)$$

حيث ($\hat{\mu}_{MLE}$) تمثل مقدر الامكان الاعظم

وبالعودة الى صيغة (5) واخذ المشتقة الى (σ) ينتج :

$$\hat{\sigma}_{MLE} = \bar{x} - \frac{\sum x_i e^{-\frac{x_i}{\sigma}}]}{\sum e^{-\frac{x_i}{\sigma}}} \quad ....(8)$$

(4-2)طريقة العزوم (Moment Method)

تعتمد هذه الطريقة على المساواة بين عزوم المجتمع وعزوم العينة التي تقابلها للحصول على مقدارات المعلمات وكالاتي :

$$\mu_k = Ex^k$$

$$\mu_k = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^k}{n}$$

$$Ex = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$Ex^2 = \frac{\sum x_i^2}{n}$$

وبالعودة الى الصيغ (3,4) وكالاتي

$$\bar{x} = \mu - \gamma\sigma \qquad s^2 = \frac{1}{2}\pi^2\mu^2$$

$$\mu_{mom} = \frac{s}{\sqrt{0.5\pi}} \quad \text{...(9)}$$

$$\sigma_{mom} = \frac{\frac{s}{\sqrt{0.5\pi}} - \bar{x}}{\gamma} \quad \text{...(10)}$$

(4-3)طريقة شرينكج (shrinkage method)

تعتمد هذه الطريقة في حساب مقدر يمكن ان يكون خليط بين مقدرين بحيث كل منهما يساهم بنسبة معينة في تقديم المقدر الجديد وحسب الصيغة العامة التالية :

$$\widehat{\theta}_{sh} = p\widehat{\theta}_1 + q\widehat{\theta}_2 \quad \text{... (11)}$$

حيث ان

$$0 \le p \le 1$$

$$0 \le q \le 1$$

$$p + q = 1$$

$\widehat{\phi}_1$ **تمثل مقدر الطريقة الاولى**

$\widehat{\phi}_2$ **تمثل مقدر الطريقة الثانية**

$\widehat{\phi}_{sh}$ **تمثل مقدر طريقة شرنكج**

ونلاحظ من الصيغه اعلاه انه في حالة p=0 سوف يكون مقدر شرنكج مساويا الى مقدر الطريقة الثانية اما اذا كانت p=1 فان مقدر شرنكج سوف يكون مساوي الى مقدر الطريقة الاولى.

ولغرض ايجاد المقدر وفق هذه الطريقة يجب ايجاد قيمة p التي تجعل $E(\hat{\theta}_{sh}-\theta)^2$ اقل مايمكن وكالاتي

$$\hat{\theta}_{sh}-\theta = p\hat{\theta}_1 + (1-p)\hat{\theta}_2 - \theta$$

حيث (θ) تمثل القيمة الحقيقية للمعلمة

$$E(\hat{\theta}_{sh}-\theta)^2 = E(p\hat{\theta}_1 + (1-p)\hat{\theta}_2 - \theta)^2$$

وبالتبسيط وبأخذ المشتقة إلى p نحصل على

$$\hat{p} = \frac{\theta E\hat{\theta}_1 - \theta E\hat{\theta}_2 + E\hat{\theta}_2^2 - E\hat{\theta}_1 E\hat{\theta}_2}{E\hat{\theta}_1^2 - 2E\hat{\theta}_1 E\hat{\theta}_2 + E\hat{\theta}_2^2} \quad \text{...(11)}$$

ونلاحظ من الصيغة اعلاه بان الحصول على قيمة (p) يتطلب حساب التوقعات الاولى والثانية بالاظافة الى التوقعات المشتركة ونظرا لصعوبة تنفيذ ذلك بالنسبة الى توزيع (Gumbel min) يتم اللجوء الى الخطوات العددية للحصول على قيمة (p) وكالاتي :-

افتراض قيمة اولية ل(p) وليكن (p_1) وبالتعويض في علاقة مقدر شرنكج يمكن الحصول على مقدر شرنكج اولي($\hat{\phi}_{sh0}$) مع متوسط مربعات (MSE)مرافق له

ثم يعاد حساب قيمة (p) مطورة وليكن (p_1) بحيث ان

$$p_1 = p_0 + add$$

(add) تمثل مقدار الاظافة

ثم يعاد احتساب مقدر شرنكج ($\hat{\phi}_{sh1}$) بالاعتماد على قيمة (p_1) المطورة مع متوسط مربعات خطأ جديد

وبمقارنة متوسط مربعات الخطأ الجديد مع متوسط مربعات الخطا السابق نلاحظ الفرق المطلق

بينهما (d_s) بحيث ان

$$d_s \geq def$$

def تمثل الفرق الاقل المقبول

فاذا كانت العلاقة السابقة صحيحة يتم اللجوء الى حساب قيمة جديدة ومطور ل (p) وإعادة الخطوات للحصول على مقدر ومتوسط مربعات خطا جديدة , وفي حالة كون العلاقة السابقة خاطئة يتم التوفق وبذلك نكون قد حصلنا على قيمة القدر بالاظافة الى متوسط مربعات الخطأ المرافق له .

(4-4) طريقة جكنايف ((the jackknife method

تعتمد هذه الطريقة على اسلوب الحذف المتتالي والارجاع لقيم المفردات الخاصة بالمتغير العشوائي وبشكل متسلسل وبهذا يتم الحصول على (n) من العينات التي كل واحدة منها بحجم (n-1) وتطبيق احدى طرائق التقدير السابقة على منظومة العينات الجزئية يتم الحصول على (n) من المقدرات على وفق احدى طرائق التقدير السابقة عندها فان مقدر جكنايف سيكون وفق الصيغة التاليه :-

$$\hat{\phi}_{Jo} = n\hat{\theta}_o - (n-1)\sum_{i=1}^{m} \frac{\hat{\theta}_{(i)o}}{m}$$

حيث إن

($\hat{\theta}_o$) يمثل المقدر المستخرج على وفق طريقة التقدير (o) للعينة باكملها

($\hat{\theta}_{(i)o}$) يمثل المقدر المستخرج على وفق طريقة التقدير (o) للعينة الجزئية (i)

(m) تمثل عدد العينات الجزئية

(4-5)طريقة شرنكج المطورة (Developed shrinkage method):

يتم في هذا البحث اقتراح طريقة تقدير تمزج بين الطرق المعلمية واللامعلمية لغرض الحصول على مقدرات يمكن ان تكون اكثر ملائمة واقرب للمعلمات الحقيقية . وتعتمد الطريقة المقترحة على الاسلوب التالي :-

$$\hat{\theta}_{dse} = p\hat{\theta}_{J1} + q\hat{\theta}_{J2}$$

حيث ان

$\hat{\phi}_{dse}$ هي المعلمة المقدرة وفق طريقة شرنكج المطورة

p هي معامل طريقة شرينكج والذي يتم احتسابة وفق طريقة السابقة

والتي تعتمد على الصيغة التالية :- (Jackknife) هي مقدرات معلمة التوزيع وفق طريقة جاكنيف $\hat{\phi}_{J1}, \hat{\theta}_{J2}$

$$\hat{\phi}_{J1} = n\hat{\theta}_{MLE} - (n-1)\sum_{i=1}^{m}\frac{\hat{\theta}_{(i)MLE}}{m}$$

$$\hat{\phi}_{J2} = n\hat{\theta}_{mom} - (n-1)\sum_{i=1}^{m}\frac{\hat{\theta}_{(i)mom}}{m}$$

بحيث ان ($\hat{\theta}_{mom}, \hat{\theta}_{MLE}$)هي مقدرات المعلمة وفق طريقة الامكان الاعظم والعزوم اما كل من

($\hat{\theta}_{(i)mom}, \hat{\theta}_{(i)MLE}$) فهي تمثل مقدرات الامكان الاعظم والعزوم للعينات الجزئية وبعدد (m) والتي تنتج عند حذف وارجاع مفردة واحدة بالتسلسل وفق اسلوب جاكنايف

علما بان $\hat{\theta}$ هي المعلمة المطلوبة تقديرها والتي يمكن ان تكون مرة (μ)ومرةثانية(σ)

(5)تجارب المحاكاة : (Simulation experiment)

تم اعتماد الدالة التجميعية لتوزيع القيمة المتطرفة الصغرى وذلك لتوليد مفردات تتوزع التوزيع المفترض وفق معلمات محددة وبحجام مختلفة لاغراض الدراسة , وقد اعتمدت تجارب المحاكاة على صيغة الدالة التجميعية لتوزيع القمة المتطرفة وكالاتي :-

$$F(x) = 1 - e^{-e^{(\frac{x-\mu}{\sigma})}}$$

$$R = 1 - e^{-e^{(\frac{x-\mu}{\sigma})}}$$

$$e^{-e^{(\frac{x-\mu}{\sigma})}} = 1 - R$$

حيث ان (R) هي دالة التوزيع المنتظم

وباخذ اللوغاريتم للطرفين ينتج

$$-e^{(\frac{x-\mu}{\sigma})} = Ln(1-R)$$

$$(\frac{x-\mu}{\sigma}) = Ln(-Ln(1-R))$$

$$x = \mu + \sigma Ln(-Ln(1-R)) \quad \text{........(12)}$$

والصيغة اعلاه يتم اعتمادها للحصول على التوزيع المفترض وفق المعلمات (μ , σ) وبحجم (n)

ولمعرفة مدى مقدرة الطرق المعلمية واللامعلمية على تقديم مقدرات اقرب ماتكون الى المعلمات الحقيقية للتوزيع تم اخذ كل من التجارب التالية

$$n = 25, 50, 75, 100$$

$$\mu = 1, 1.5, 2$$

$$\sigma = 0.25, 0.5, 0.75$$

ولاغرض مقارنة طرق التقدير المدروسة تم اعتماد صيغة متوسط مربعات الخطأ

((MSE) Mean square Error)وحسب الصيغة التالية :-

$$MSE = \sum_{i=1}^{it} \frac{(\hat{\theta} - \theta)}{it}$$

حيث ان(it) تمثل التكرارات

$\hat{\theta}$ تمثل مقدر المعلمة وفق واحدة من طرق التقدير

θ تمثل معلمة التوزيع الحقيقية

(6)نتائج المحاكاة (simulation results)

بعد تطبيق صيغ طرائق التقدير المختلفة بالاظافة الى تطبيق صيغة لتجارب المحاكاة ولتكرارات كافية مع احتساب متوسط مربعات الخطأ وفق الصيغة تم الحصول على النتائج الموضحة في الجداول والاشكال التالية :-

جدول رقم (1)

يوضح مقدرات المعلمة الاولى (μ) وحسب حجم العينة والمعالم

المدخلة ولكل تجربة وحسب طريقة التقدير المعتمدة

n	μ	σ	طرائق التقدير			
			MLE	MOM	SH	DSe
	1	0.25	0.982679	1.005671	1.007537	0.999855
		0.50	1.007935	0.98867	0.994722	1.022974
		0.75	0.934564	0.987684	0.997018	0.986725
	1.5	0.25	1.51323	1.495561	1.497987	1.493095
		0.50	1.505429	1.500754	1.506383	1.488427
		0.75	1.548795	1.49621	1.506031	1.492728
	2	0.25	2.006843	1.996848	2.000332	1.996249
		0.50	1.998412	1.987796	1.993559	1.989744
		0.75	2.050026	2.024115	2.035446	2.020921
	1	0.25	1.007932	0.997938	0.999644	0.995885
		0.50	1.030828	1.000046	1.002537	0.997215
		0.75	1.047991	1.00582	1.010599	0.993689
	1.5	0.25	1.505222	1.498378	1.499621	1.495503
		0.50	1.494378	1.510551	1.513621	1.50318
		0.75	1.406196	1.496187	1.501391	1.496971
	2	0.25	2.020479	2.000997	2.002133	2.005107
		0.50	1.980957	2.00645	2.009246	2.000524
		0.75	1.969275	2.00843	2.015119	1.986034
	1	0.25	1.000304	1.001076	1.001831	1.002992
		0.50	0.977223	1.002222	1.005846	1.000943

		0.75	1.000529	0.997191	0.99968	1.006296
	1.5	0.25	1.477886	1.500813	1.501308	1.502145
		0.50	1.5066	1.487519	1.489417	1.496632
		0.75	1.521439	1.483216	1.486378	1.508779
	2	0.25	2.003827	1.999095	2.00073	2.004116
		0.50	1.987396	2.001772	2.004835	1.991583
		0.75	1.960443	2.001116	2.003941	2.018047
	1	0.25	0.989045	1.001389	1.001879	0.999495
		0.50	1.002015	1.003091	1.004605	1.001908
		0.75	1.024479	1.010062	1.011884	1.008034
	1.5	0.25	1.497697	1.501373	1.502394	1.499365
		0.50	1.485077	1.502031	1.503297	1.503489
		0.75	1.524446	1.499165	1.501614	1.496137
	2	0.25	1.986657	2.000309	2.001012	1.992439
		0.50	1.988363	2.001248	2.002464	1.989903
		0.75	2.029531	2.00107	2.003294	1.984292

جدول رقم (2)

يوضح مقدرات المعلمة الثانية (σ) وحسب حجم العينة والمعالم المدخلة ولكل تجربة وحسب طريقة التقدير المعتمدة

n	μ	σ	طرائق التقدير			
			MLE	MOM	SH	DSe
	1	0.25	0.218375	0.248072	0.244846	0.245908
		0.50	0.457799	0.506827	0.496352	0.500473
		0.75	0.591465	0.736532	0.720378	0.752337
	1.5	0.25	0.227711	0.241044	0.236845	0.256048
		0.50	0.506604	0.498696	0.488954	0.481966
		0.75	0.716379	0.749748	0.732749	0.750114
	2	0.25	0.231171	0.251434	0.245403	0.245928
		0.50	0.445443	0.489663	0.47969	0.472319
		0.75	0.693461	0.740457	0.720841	0.745432
	1	0.25	0.242009	0.253679	0.25073	0.25116
		0.50	0.516298	0.5131	0.508798	0.499394
		0.75	0.736366	0.751178	0.742918	0.751875
	1.5	0.25	0.24905	0.248659	0.246512	0.241896
		0.50	0.50121	0.499062	0.493756	0.505219
		0.75	0.652628	0.743779	0.734782	0.758479
	2	0.25	0.281051	0.248911	0.246949	0.253571
		0.50	0.47926	0.503285	0.498453	0.506651
		0.75	0.736675	0.74617	0.734599	0.758115
	1	0.25	0.258478	0.25437	0.253069	0.254583
		0.50	0.475154	0.493044	0.486778	0.498069
		0.75	0.751146	0.749124	0.744833	0.751157
	1.5	0.25	0.23372	0.250484	0.249633	0.247422
		0.50	0.482687	0.510244	0.50697	0.49646
		0.75	0.735612	0.743176	0.737718	0.742524
	2	0.25	0.231853	0.248642	0.245816	0.254499
		0.50	0.471835	0.496984	0.49169	0.495178
		0.75	0.725894	0.754408	0.749533	0.751054
	1	0.25	0.230518	0.250831	0.249989	0.253263
		0.50	0.486676	0.497666	0.495056	0.502974
		0.75	0.743336	0.746941	0.743805	0.740562

	1.5	0.25	0.239987	0.248702	0.246939	0.250558
		0.50	0.488079	0.494867	0.492689	0.493711
		0.75	0.81242	0.745062	0.74084	0.758588
	2	0.25	0.242955	0.250059	0.248847	0.254777
		0.50	0.479459	0.499143	0.49705	0.504814
		0.75	0.76044	0.751118	0.747286	0.741747

جدول رقم (3)

يوضح متوسط مربعات الخطا لمقدرات المعلمة الاولى (μ) وحسب حجم العينة والمعالم المدخلة ولكل تجربة وحسب طريقة التقدير المعتمدة

n	μ	σ	طرائق التقدير				The best method
			MLE	MOM	SH	DSe	
	1	0.25	0.002226	0.002558	0.002788	0.002254	1
		0.50	0.007378	0.010539	0.01055	0.011448	1
		0.75	0.020569	0.024451	0.025526	0.027797	1
	1.5	0.25	0.003713	0.003132	0.003089	0.002181	4
		0.50	0.013761	0.010334	0.010576	0.010509	2
		0.75	0.026354	0.027385	0.02743	0.025256	4
	2	0.25	0.002593	0.002964	0.002875	0.003634	1
		0.50	0.003384	0.011855	0.012524	0.010519	1
		0.75	0.039363	0.028756	0.029856	0.022791	4
	1	0.25	0.001289	0.001458	0.001478	0.001346	1
		0.50	0.0095	0.005918	0.006124	0.005666	4
		0.75	0.019323	0.016523	0.017691	0.014223	4
	1.5	0.25	0.001089	0.001465	0.001445	0.001506	1
		0.50	0.004942	0.004801	0.004894	0.006143	2
		0.75	0.011506	0.012888	0.013077	0.011567	1
	2	0.25	0.003764	0.001482	0.001509	0.001929	2
		0.50	0.00448	0.006121	0.006176	0.00496	1
		0.75	0.012722	0.015072	0.015249	0.016774	1
	1	0.25	0.000229	0.000885	0.000923	0.001008	1
		0.50	0.007455	0.003872	0.004094	0.003847	4
		0.75	0.006583	0.007266	0.007697	0.0064	4
	1.5	0.25	0.001442	0.000999	0.001045	0.000707	4
		0.50	0.003979	0.003716	0.003991	0.003831	2
		0.75	0.004342	0.007804	0.0082	0.008383	1
	2	0.25	0.001438	0.000905	0.00101	0.000917	2
		0.50	0.004906	0.003716	0.003853	0.00265	4
		0.75	0.006538	0.010111	0.010348	0.011001	1
	1	0.25	0.000646	0.000697	0.000733	0.000692	1
		0.50	0.002617	0.002909	0.002946	0.002356	4
		0.75	0.007904	0.006149	0.006231	0.004495	4
	1.5	0.25	0.000922	0.00065	0.000691	0.000676	2

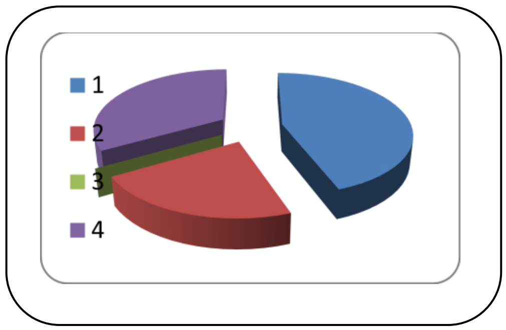
		0.50	0.002688	0.002517	0.002589	0.003191	2
		0.75	0.003421	0.006469	0.006748	0.004883	1
	2	0.25	0.000627	0.00066	0.000708	0.000742	1
		0.50	0.002543	0.002592	0.002645	0.002369	4
		0.75	0.008611	0.004742	0.0048	0.006302	2

جدول رقم (4)

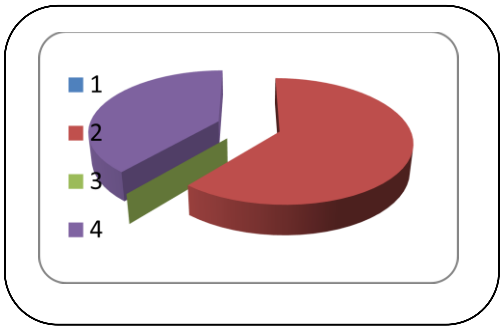
يوضح متوسط مربعات الخطا لمقدرات المعلمة الاولى (σ) وحسب حجم العينة والمعالم المدخلة ولكل تجربة وحسب طريقة التقدير المعتمدة

n	μ	σ	طرائق التقدير				The best method
			MLE	MOM	SH	DSe	
	1	0.25	0.006782	0.001936	0.002409	0.002053	2
		0.50	0.007346	0.008894	0.011073	0.007279	4
		0.75	0.039914	0.014593	0.016801	0.016235	2
	1.5	0.25	0.002431	0.001907	0.002516	0.002643	2
		0.50	0.014754	0.008477	0.010215	0.008515	2
		0.75	0.020664	0.023712	0.029229	0.010027	4
	2	0.25	0.004485	0.001972	0.0022	0.001924	4
		0.50	0.017414	0.009445	0.011376	0.007561	4
		0.75	0.021475	0.017001	0.020498	0.016278	4
	1	0.25	0.001942	0.00121	0.001562	0.001468	2
		0.50	0.013636	0.004572	0.005642	0.004874	2
		0.75	0.01736	0.009167	0.011635	0.010011	2
	1.5	0.25	0.001236	0.00103	0.001396	0.00135	2
		0.50	0.004781	0.003776	0.004868	0.0042	2
		0.75	0.02673	0.008317	0.010486	0.009908	2
	2	0.25	0.002173	0.00103	0.001383	0.001092	2
		0.50	0.009533	0.003665	0.004866	0.004064	2
		0.75	0.011415	0.009042	0.011837	0.010101	2
	1	0.25	0.002192	0.000824	0.001173	0.00063	4
		0.50	0.005334	0.00251	0.003152	0.002671	2
		0.75	0.007108	0.005433	0.006994	0.005845	2
	1.5	0.25	0.002799	0.000564	0.000766	0.000684	2
		0.50	0.003839	0.002509	0.0032	0.001774	4
		0.75	0.006758	0.005138	0.006574	0.005597	2
	2	0.25	0.001496	0.000604	0.000743	0.000689	2
		0.50	0.004339	0.002888	0.003912	0.002287	4
		0.75	0.008792	0.006621	0.008682	0.004471	4
	1	0.25	0.000946	0.000548	0.000704	0.000601	2
		0.50	0.004983	0.002198	0.003049	0.001841	4
		0.75	0.008724	0.00425	0.005455	0.004994	2
	1.5	0.25	0.001369	0.000445	0.000548	0.000501	2
		0.50	0.006885	0.00216	0.002698	0.001523	4
		0.75	0.01356	0.004362	0.005301	0.004307	4
	2	0.25	0.00131	0.00055	0.000726	0.000475	4
		0.50	0.004756	0.002069	0.002991	0.002123	2
		0.75	0.009552	0.004245	0.005191	0.004103	4

ومن ملاحظة الجداول الخاصة بمتوسط مربعات الخطا يتبين بان افضل طريقة بالنسبة للمعلمة الاولى كانت طريقة الامكان الاعظم والتي اعطت نسبة (0.44) من التجارب المسجلة والشكل (2) يظهر نسب الافضلية لمقدرات المعلمة الاولى وحسب معطيات التجربة, اما الشكل رقم (3)فقداظهرطريقة العزوم والتي اعطت نسبة (0.61)



شكل (2) النسب المئوية لافضلية طريقة التقدير باعتماد مقدرات المعلمة الاولى



شكل (3) النسب المئوية لافضلية طريقة التقدير باعتماد مقدرات المعلمة الثانية

اما الطرق الباقية فقد تراوحت بين تقديم افضلية وبنسب مئوية متغايرة جدول رقم (5)

جدول رقم (5)

يبين النسب المئوية لافضلية كل طريقة من طرق التقدير بالاعتماد على معطيات تجربة المحاكاة

طريقة التقدير	النسبة المئوية لافضلية الطريقة	
	لمقدرات المعلمة الاولى	لمقدرات المعلمة الثانية
MLE	0.444444	0
MOM	0.222222	0.611111
SH	0	0
DSH	0.333333	0.388889

ومن ملاحظة جدول رقم (5) يتبين لنا بانه وعلى العموم تعتبر الطرق المعلمية افضل من الطرق اللامعلمية ولكن بالنسبة للطريقة المقترحة نلاحظ مساهمتها الفاعله في تقديم طريقة تقدير رفعت من مستوى الطرق اللامعلمية وحسب معطيات تجربة المحاكاة.

(7)**الاستنتاجات والتوصيات**(conclusion and suggestion)

بعد دراسة وتطبيق مجموعة من طرق التقدير المعلمية واللامعلمية مع طريقة مقترحة على مجموعة من تجارب المحاكاة لتوزيع القيمة المتطرفة (gumble min) ظهرت لدينا مجموعة من الاستنتاجات والتوصيات اهمها:-

1-قدرة طرق التقدير المعلمية على العموم على تقديم مقدرات افضل لمعلمات التوزيع المفترض

2-امكانية طريقة التقدير المقترحة على تحسين طريقة التقدير اللامعلمية

3-تاثر طريقة التقدير بكل من (حجم العينه,قيمة المعلمة الاولى ,قيمة المعلمة الثانية)

4-امكانية تطبيق طرق تقدير اضافية على توزيع القيمة المتطرفة

5-امكانية اعتماد توزيعات اخرى لملاحظة مدى تاثر طرائق التقدير وخاصة الطريقة المقترحة بالتوزيع

(8) **المصادر** (References)

[1] C. Park, "Parameter estimation of incomplete data in competing risks using the EM algorithm," *IEEE Trans. on Reliability*, vol. 54, no. 2, pp. 282–290, 2005.

[2] E. W. Stacy, "A generalization of the gamma distribution," *Ann. Mathematical Statistics*, vol. 33, pp. 1187–1192.

[3] Hosking, J.R.M., Wallis, J.R and Wood, E.F., "Estimation of the Generalized Extreme Value Distribution by the Method of Probability-Weighted Moments, " *Technometrics*, vol.27, PP. 251-261, 1985.

[4] J. W. Boag, "Maximum likelihood estimates of the proportion of patients cured by cancer therapy," *Journal of the Royal Statistical Society*, vol. 11, pp. 15–53, 1949

[5] R.D. Reiss, Approximate Distributions of Order Statistics with applications to Nonparamet- ric Statistics, Springer-Verlag New York Inc. (1989).

[6] Z. W. Birbaum and S. C. Saunders, "A newfamily of life distributions," *J. Applied Probability*, vol. 6, pp. 319–327, Jun 1969.